

Auf dem Weg zu den Grundbausteinen der Materie: Bindungszustände als Schlüssel zu neuer Physik

Mit aufwendigen Computersimulationen auf Parallelrechnern ist es gelungen, die Kräfte zwischen Quarks aus der grundlegenden Theorie der Quantenchromodynamik zu bestimmen. Damit ist man in der Lage, die Bindungszustände solcher Systeme mit hoher Genauigkeit in der sog. „nichtrelativistischen Näherung“ der Quantenmechanik zu verstehen. Im „Computerexperiment“ bestätigt man zudem die Bildung eines Flußschlauches, Ursache des Confinement-Phänomens.

Armin Wachter^{a,b} Christoph Schlichter^a Klaus Schilling^{a,b}

a: Fachbereich Physik, Bergische Universität Wuppertal, D-42097 Wuppertal

b: HLRZ, Forschungszentrum Jülich, D-52425 Jülich

Beobachtung und Analyse von Bindungszuständen haben in der Geschichte der Physik über viele Längenskalen hinweg Schlüssel und Zugang zu neuer Erkenntnis geliefert – von der Entstehung der Gravitationstheorie, die dem Studium unseres Planetensystems entsprang (Längenskala: Lichtminuten, 10^{12} m) und den Beginn moderner Physik überhaupt markiert, über die Entwicklung der nichtrelativistischen Quantenmechanik als Theorie atomarer Systeme (charakteristische Länge: 10^{-10} m) bis hinein in die „Femtowelt“ der Hadronen, den Bausteinen der Atomkerne, die durch die starke Wechselwirkung mit Reichweite $10^{-15}m$ bestimmt ist.

Da man Streuexperimente in diesem Auflösungsgebiet gemäß der Heisenbergschen Unschärferelation nur mit Primärstrahlen der Größenordnung Gigaelektronenvolt durchführen kann, ist man bei der Untersuchung der Femtowelt notwendigerweise mit Experimenten konfrontiert, die auch mit der Erzeugung großer Sekundärteilchenzahlen einhergehen. Seit Ende der sechziger Jahre wissen wir aus solchen tiefinelastischen Elektron-Proton-Streuexperimenten, daß auch das Proton, als der einfachste Atomkern und stabiles Elementarteilchen Substrukturen aufweist. Unter sehr harten Elektronenstößen, also bei Betrachtung kleinster Abstände, verhält sich das Proton offenbar wie ein System aus nichtwechselwirkenden Konstituenten. Allerdings hat man diese „Quarks“¹, deren Ladung kleiner als die des Elektrons ist, nie

direkt, also in freier Form im Experiment nachweisen können. Es hat den Anschein, daß unsere Reise in den Mikrokosmos hier an einer völlig neuartigen Grenze angelangt ist, wo die Hadronen im Streuexperiment zwar indirekt Konstituentenstruktur aufweisen, sich jedoch nicht mehr einfach (wie Moleküle oder Atome) in ihre Bestandteile trennen lassen. Quarks treten niemals einzeln auf, sondern unterliegen dem Prinzip des Quarkeinschlusses in Hadronen (*Confinement*). Weder ihre Masse noch ihre Dynamik unter dem Einfluß der schwachen Wechselwirkung sind uns also unmittelbar zugänglich.

Was ist die Natur dieses Confinement-Phänomens? Kann man es zumindest theoretisch überwinden und die Eigenschaften der Quarks im Hadronverband isolieren? Diese Fragen beantworten heißt, ein neues Bindungsproblem zu betrachten. Der theoretische Rahmen ist diesmal durch die Quantenchromodynamik als die (vermutete) fundamentale, relativistische Quantenfeldtheorie der starkwechselwirkenden Quarks bestimmt. Die Auswertung einer solchen Theorie ist ungleich komplizierter als die Lösung der Schrödingergleichung beim Wasserstoffproblem, weil hier unendlich viele Freiheitsgrade zu berücksichtigen und analytische Methoden der Störungstheorie nicht anwendbar sind.

Die Elementarteilchenphysiker haben sich daran gewöhnt, daß ihre hochenergetischen Streuexperimente in den großen Beschleunigerzentren per Computersimulation ausgewertet

¹Der Name stammt von Gell-Mann, der sich durch die wortschöpferische Phantasie von James Joyce in *Finnegans Wake* inspirieren ließ, siehe Gell-Mann, *The Quark and the Jaguar*.

werden; um die Zählraten von Hadronen in den Riesendetektoren physikalisch zu interpretieren, modellieren und simulieren sie das Geschehen innerhalb ihrer komplexen Apparaturen.

Ganz ähnlich ergeht es den Theoretikern, welche die Hadronstruktur ohne weitere Modellannahmen aus der QCD bestimmen wollen. Um hadronische Bindungszustände zu berechnen, verwendet man seit nunmehr 15 Jahren die Methode der Computersimulation auf modernen Höchstleistungsrechnern. Der Grund ist, daß die QCD als relativistische Quantenfeldtheorie unendlich viele Freiheitsgrade beinhaltet. Einfacher wird die Situation, wenn man die Bindung sehr schwerer Quarks und ihrer Antiteilchen betrachtet, welche einen Bindungszustand bilden, den man *Quarkonium* nennt. Solche ebenfalls durch die starke Kraft zusammengehaltenen Zwei-Teilchen-Systeme auf kleinster Längenskala sind Hauptgegenstand dieses einführenden Artikels, und wir werden sehen, daß Quarkonia einen wichtigen Schlüssel zum Verständnis der Welt der Elementarteilchen liefert.

Zuvor wollen wir jedoch einen genaueren Blick auf deren großen Bruder, das Wasserstoffatom, richten und anhand dieses einfachsten atomaren Bindungssystems einige wichtige Schritte aufzeigen, die zum gegenwärtigen Erkenntnisstand der Atom- und Elementarteilchenphysik beigetragen haben.

Quantentheorie und Wasserstoffatom

Schon in der Antike beschäftigte man sich mit der Frage, was die kleinsten Bausteine sind, aus denen alles aufgebaut ist. Die damals von Demokrit entwickelte Vorstellung, daß es kleinste unteilbare Kügelchen (Atome) gibt, hat sich im wesentlichen bis zu Anfang unseres Jahrhunderts gehalten, als man ein Instrumentarium entwickelte, mit dem es möglich wurde, den Mikrokosmos experimentell zu untersuchen. Der erste große Durchbruch gelang Lord Ernest Rutherford 1911, als er durch Streuung von Heliumkernen an einer dünnen Goldfolie zeigen konnte, daß Atome aus einem positiv geladenen Kern bestehen, um den sich Elektronen in einem Abstand von etwa 100000 Kernradien bewegen. Nach seinem Atommodell wurden Atome als Miniaturplanetensysteme interpretiert, bei denen sich die genaue Form der Elektronenbahnen in gleicher Weise (klassisch) berechnen lassen sollten, wie

die der Planeten um die Sonne, wenn man die Gravitationskraft durch die ihr sehr ähnliche elektrostatische Coulombkraft ersetzt. Eine grundlegende Schwachstelle dieses Modells ist, daß es die Stabilität von Atomen nicht erklären kann. Bewegte Ladungen erzeugen nämlich elektromagnetische Strahlung, und so müßten die Elektronen während ihrer Umlaufzeit immer mehr Energie verlieren und schließlich in den Kern stürzen, was offensichtlich nicht der Fall ist.

Im Laufe der folgenden Jahre erhielt man weitere experimentelle Hinweise dafür, daß sich die klassischen Gesetze des Makrokosmos nicht so einfach auf die mikroskopische Welt übertragen lassen. Es zeigt sich vielmehr, daß sich der Mikrokosmos vor allem in zwei wesentlichen Dingen von der makroskopischen Welt unterscheidet. Zum einen gibt es dort keine strikte Zweiteilung zwischen korpuskularen und wellenartigen Phänomenen. Je nach experimenteller Anordnung offenbaren kleinste Teilchen ihren Korpuskel- oder Wellencharakter (*Welle-Teilchen-Dualismus*). Zum anderen können kleinste Teilchen (im gebundenen Zustand) nicht jeden beliebigen Wert für Energie, Impuls, Drehimpuls etc. annehmen, sondern nur ganz bestimmte *gequantelte* Größen, die allesamt ein Vielfaches einer Konstanten sind, nämlich des von Planck entdeckten *Planckschen Wirkungsquantums*. Letzteres spiegelt sich unter anderem in dem diskreten, aus scharfen Linien bestehenden Emissionsspektrum von leuchtendem Wasserstoff wieder.

Diese beiden, der klassischen Physik total widersprechenden Aspekte des Mikrokosmos führten in den zwanziger Jahren zur Entwicklung der Quantentheorie durch Niels Bohr, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger uva. Sie ist eine probabilistische Theorie, in der jedem Teilchen eine Wellenfunktion zugeordnet wird, die ein Maß für die Wahrscheinlichkeit darstellt, das Teilchen in einem gegebenen Raum-Zeit-Punkt vorzufinden. Die zeitliche Entwicklung dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung folgt dabei einer partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung, der sog. *Schrödingergleichung*. Entgegen der klassischen Physik ist es hier sinnlos geworden, von einer wohldefinierten Bahn eines Teilchens zu sprechen. Alle Aussagen der Quantentheorie sind statistischer Natur und beziehen sich auf Mittelwerte bezüglich vieler gleichartiger Systeme. Den klassischen dynamischen Größen wie z.B. Impuls

oder Energie werden Differentialoperatoren zugeordnet, wodurch im wesentlichen die Quantisierung der Theorie zustande kommt.

Als einer der größten Erfolge der Quantentheorie gilt bis heute die quantitativ korrekte Beschreibung des Wasserstoffatoms, dessen Kern und Hülle aus einem Proton bzw. Elektron besteht. Die Rutherford'schen Ellipsenbahnen des Elektrons werden in dieser Theorie durch Elektronenschalen, sog. *Orbitale*, ersetzt, die die Bereiche mit größtmöglicher Aufenthaltswahr-

scheinlichkeit der Elektronen markieren. Jedes dieser Orbitale ist durch drei ganzzahlige Werte gekennzeichnet, nämlich die *Hauptquantenzahl* n , die *Orbitalquantenzahl* l und die *magnetische Quantenzahl* m , wobei n mit der Bindungsenergie des Atoms verknüpft ist und die radiale Ausdehnung der Orbitale beschreibt, während l und m mit dem Drehimpuls des Elektrons zusammenhängen und die räumliche Geometrie der Orbitale bestimmen (Bild 1).

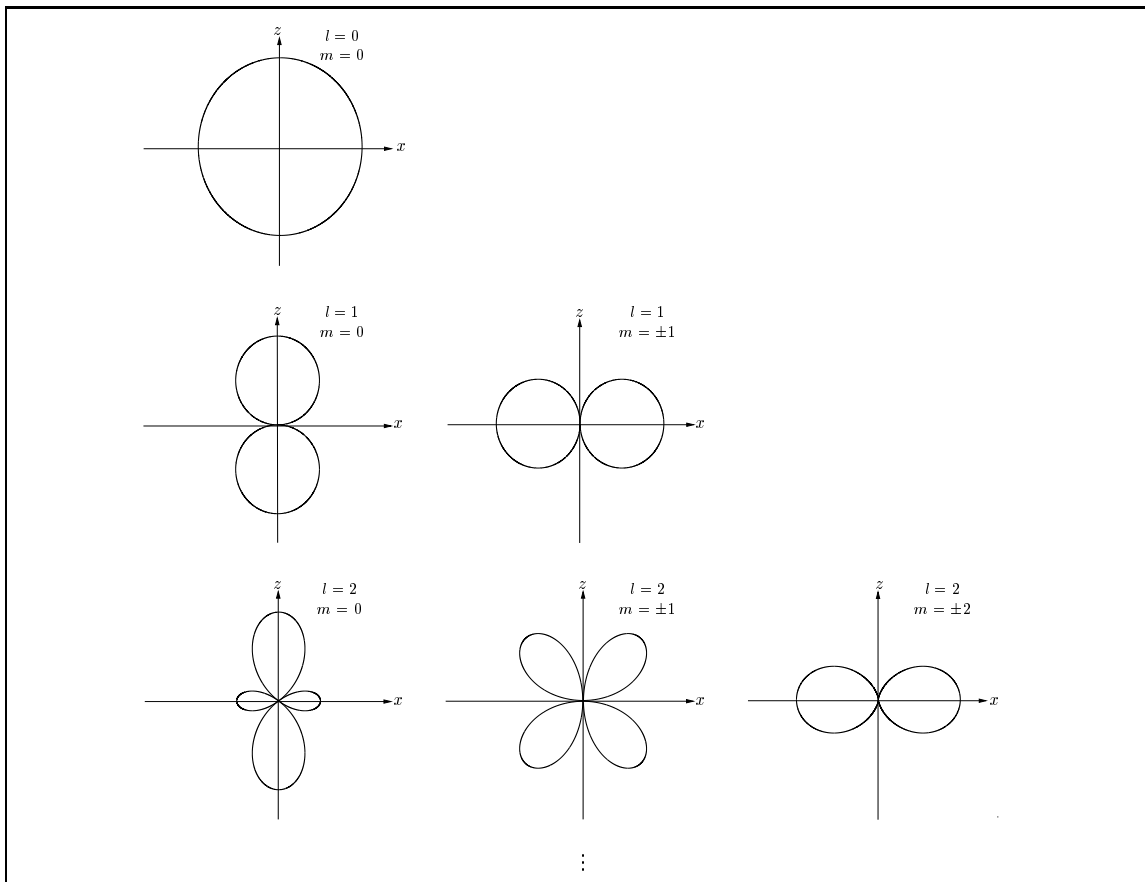


Bild 1: Die räumliche Geometrie der Elektronorbitale des Wasserstoffatoms ist durch die ganzzahlige *Orbitalquantenzahl* $l = 0, 1, 2, \dots$ und die ebenfalls ganzzahlige *magnetische Quantenzahl* $m = -l, -l + 1, \dots, l$ gekennzeichnet. Die Größe $\hbar^2 l(l + 1)$ gibt das Betragsquadrat des Elektronendrehimpulses und $\hbar m$ die Projektion des Drehimpulses auf die z -Achse an, wobei $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ das *Plancksche Wirkungsquantum* bezeichnet.

Die diskreten Spektrallinien des Emissionsspektrums des Wasserstoffs lassen sich nun dadurch erklären, daß die Elektronen der Wasserstoffatome von energetisch höherliegenden Orbitalen (mit größerer Hauptquantenzahl n) auf energetisch tieferliegende Orbitale (mit kleinerem n) „fallen“, wobei jeweils ein Photon ausgesandt wird, dessen Energie exakt der Energiedifferenz

der beteiligten Orbitale entspricht (Bild 2). Genauere spektroskopische Untersuchungen des Wasserstoffs zeigten etwas später, daß jede der mit den Hauptquantenzahlen n verbundenen Emissionslinien in weitere Linien aufspalten. Diese Effekte ließen sich innerhalb der Quantentheorie ebenfalls erfolgreich beschreiben, indem man dem Proton und Elektron einen *Spin* zuordnete,

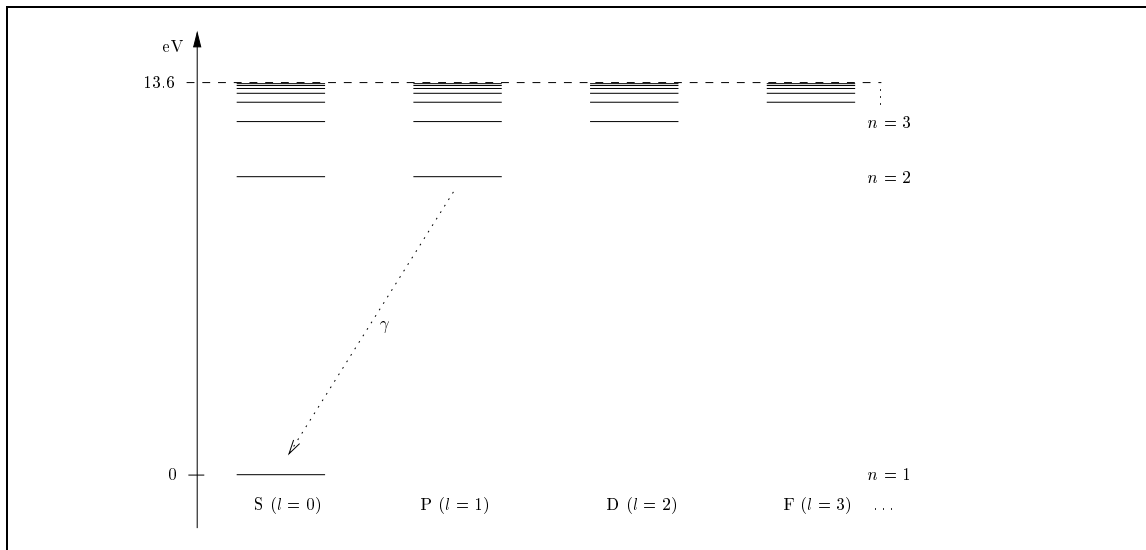


Bild 2: Termschema des „naiven Wasserstoffatoms“, bei dem die Spins des Elektrons und des Protons nicht berücksichtigt sind. Das Bild zeigt die Bindungsenergien für die verschiedenen, durch die Quantenzahlen n und l gekennzeichneten Elektronorbitale. Die angegebene Energieeinheit ist *Elektronenvolt* (eV) und entspricht der Energie, die ein Elektron aufnimmt, wenn es durch eine Potentialdifferenz (Spannung) von 1 Volt beschleunigt wird. In der üblichen spektroskopischen Notation identifiziert man die Orbitale (bzw. die zugehörigen Energien) zu einem bestimmten l durch einen Großbuchstaben, vor dem die jeweilige Hauptquantenzahl n geschrieben wird. So bezeichnet z.B. $3D$ das Orbital mit den Quantenzahlen $n = 3$ und $l = 2$. Alle Orbitale zu einem festen n besitzen dieselbe Bindungsenergie, was hauptsächlich auf die Vernachlässigung der Spins zurückzuführen ist. Die Festlegung des Nullpunkts der Energieskala ist willkürlich und wurde hier auf die Grundzustandsenergie ($n = 1$) festgesetzt. Mit aufsteigendem n nimmt die Energie umgekehrt quadratisch zu und nähert sich asymptotisch der 13.6 eV-Marke. Das ist die *Ionisationsenergie* von Wasserstoff, d.h. die Energie, welche man dem Atom zuführen muß, um das Elektron vollständig vom Kern abzulösen. Der eingezeichnete Pfeil illustriert einen möglichen Übergang des Wasserstoffatoms (bzw. des Elektrons) von $2P$ nach $1S$, wobei ein Photon emittiert wird, dessen Energie gleich der Energiedifferenz dieser beiden Orbitale ist. Die Gesamtheit aller möglichen Übergänge liefert die scharfen Linien des Emissionsspektrums von Wasserstoff.

ein rein quantentheoretischer Freiheitsgrad, den man sich als eine Art Eigenrotationsbewegung der Teilchen vorstellen kann. Er wird wie der quantenmechanische Drehimpuls durch zwei Quantenzahlen S und m_S charakterisiert, die im Falle des Elektrons und Protons auf die halbzahligen Werte $S = 1/2$ und $m_S = \pm 1/2$ festgelegt sind². Diese Spins wechselwirken sowohl mit dem Bahndrehimpuls des Elektrons als auch untereinander, wodurch die zusätzlichen, mit *Fein-* bzw. *Hyperfeinstrukturaufspaltung* bezeichneten Linienaufspaltungen hervorgerufen werden.

Durch den englischen Physiker Paul Dirac wurde die Quantentheorie in den dreißiger Jahren mit der Einsteinschen Relativitätstheorie verknüpft. Neben quantitativ sehr präzise zu verifizierenden Aussagen (z.B. bezüglich des magnetischen Momentes des Elektrons), liegt ein wei-

terer großer Erfolg dieser relativistischen Quantenmechanik in der inzwischen ebenfalls experimentell überprüften Vorhersage von Antiteilchen, welches die gleichen raumzeitlichen Eigenschaften wie z.B. Masse, Drehimpuls oder Spin besitzt, aber in den inneren Freiheitsgraden, etwa der elektrischen Ladung, genau entgegengesetzt ist.

Ein Jahrzehnt später, im Jahre 1947, wurde die von Lamb und Retherford gemessene Linienaufspaltung der $2S_{1/2}$ - und $2P_{1/2}$ -Niveaus des Wasserstoffatoms zu einem *experimentum crucis* in der Entwicklung der modernen *Quantenelektrodynamik* durch Richard Feynman, Julian Schwinger und Shinichiro Tomonaga. Sie stellt die zur relativistischen Quantenmechanik korrespondierende Theorie des quantisierten elektro-

²Teilchen mit einer halbzahligen Spinquantenzahl S heißen *Fermionen*, solche mit ganzzahligem S Bosonen.

magnetischen Feldes dar. Nach ihr ergibt sich obiger *Lamb-Shift* aus der Wechselwirkung des Elektrons mit den Fluktuationen des quantisierten Strahlungsfeldes (Bild 3).

Quantenelektrodynamik

Die Quantenelektrodynamik stellt heute unser gesamtes Wissen über die elektromagnetische Wechselwirkung elektrisch geladener Teilchen dar und gilt als eine der experimentell gesichertsten Theorien. Sie basiert auf einem fundamentalen Symmetrieprinzip, das *lokale Eichinvarianz* genannt wird. Es besagt, daß die Physik und damit auch die sie beschreibenden Formeln sich nicht ändern dürfen, wenn man bei einer, z.B. ein Elektron beschreibenden Wellenfunktion an jedem Raum-Zeit-Punkt eine beliebige *Eichtransformation* ausführt. Für den Spezialisten sei erwähnt, daß die Menge der hier zulässigen Eichtransformationen gerade die U(1)-Gruppe ist, d.h. aus den komplexen Zahlen auf dem Einheitskreis besteht. Um die lokale Eichinvarianz zu gewährleisten, hat man zusätzlich elektromagnetische Felder einzuführen, deren

Feldquanten gerade die Photonen sind. Sie fungieren gewissermaßen als Nachrichtenträger, die die Kraft zwischen geladenen Teilchen vermitteln.

Das Vakuum ist nach dieser Theorie alles andere als leer, sondern besteht aus Energie-Fluktuationen, aus denen andauernd Photonen und auch Elektronen zusammen mit ihren Antiteilchen, den Positronen entstehen, die gleich darauf wieder vernichtet werden. Jedes geladene Teilchen ist somit von einem Schwarm solcher sog. *virtueller Teilchen* untrennbar umgeben. Die Wechselwirkung zwischen dem Elektron und Proton im Wasserstoffatom kommt durch den permanenten gegenseitigen Austausch von Photonen zustande. Die hieraus resultierende Kraft kann berechnet werden, indem man die Austauschprozesse der Häufigkeit nach anordnet. Der am häufigsten auftretende Prozeß ist der Ein-Photon-Austausch und ist proportional zur Feinstrukturkonstante $\alpha_e \approx 1/137$, der fundamentalen Kopplungskonstanten der Quantenelektrodynamik. Der zweithäufigste Prozeß ist der Zwei-Photonen-Austausch und ist proportional zu α_e^2 usw. Zur vollständigen Beschreibung

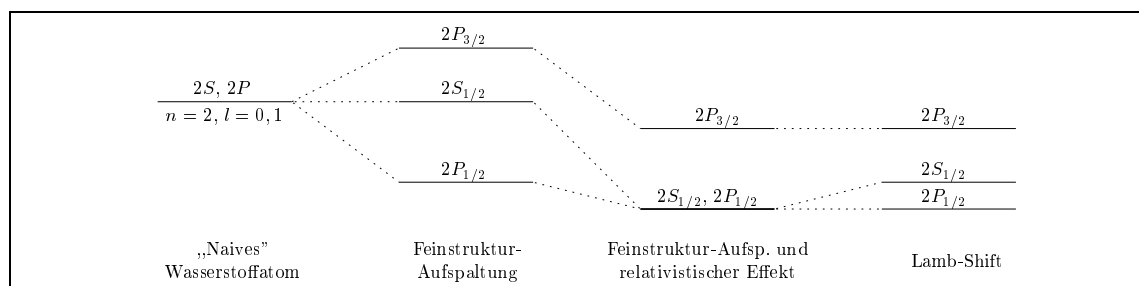


Bild 3: Dieses Bild illustriert die Entwicklung der Quantenphysik von der nichtrelativistischen Quantentheorie der zwanziger Jahre bis zur Quantenelektrodynamik anhand des $2S$ - und $2P$ -Niveaus des Wasserstoffs. Berücksichtigt man die Wechselwirkung zwischen dem Spin des Elektrons und seinem Bahndrehimpuls, so spalten alle Zustände mit $l > 0$ in zwei Niveaus auf (*Feinstrukturaufspaltung*). Das $2P$ -Niveau besteht demnach aus zwei Niveaus, $2P_{1/2}$ und $2P_{3/2}$, die ungefähr $3.6 \cdot 10^{-4}$ eV auseinander liegen. Die rechts neben den Buchstaben stehenden Indizes bezeichnen den jeweiligen Gesamtdrehimpuls des Elektrons, der sich aus seinem Bahndrehimpuls und Spin zusammensetzt. (Eine Aufspaltung in jeweils zwei weitere Niveaus folgt aus der Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen dem Elektron- und Protonspin. Dieser Effekt ist um einen Faktor 2000 kleiner als die Feinstrukturaufspaltung und wird deshalb *Hyperfeinstrukturaufspaltung* genannt.) Bezieht man nun noch relativistische Effekte in die quantentheoretischen Berechnungen mit ein, so werden alle drei Niveaus $2S_{1/2}$, $2P_{1/2}$ und $2P_{3/2}$ (in der Größenordnung 10^{-4} eV) abgesenkt. Kurioserweise fallen dabei wieder die $2S_{1/2}$ - und $2P_{1/2}$ -Zustände zusammen. Im Experiment ist aber tatsächlich eine winzige Anhebung des $2S_{1/2}$ -Niveaus gegenüber des $2P_{1/2}$ -Niveaus zu erkennen (*Lamb-Shift*). Die Erklärung dieses Effektes war historisch ein Triumph der Quantenelektrodynamik, welche diese Differenz als eine Folge der Vakuumpolarisation infolge von elektromagnetischen Quantenfluktuationen vorhersagt. Die Quantenelektrodynamik sagt die verschiedenen Bindungsniveaus mit einer Präzision von 10^{-3} Promille voraus, in hervorragender Übereinstimmung mit dem Experiment.

der Elektron-Proton-Wechselwirkung hat man also die zu den verschiedenen α_e -Potenzen gehörenden Terme zu berechnen und zum Schluß aufzusummieren. Da nun α_e sehr viel kleiner als Eins ist, werden Terme mit höheren α_e -Potenzen immer stärker unterdrückt, so daß es zum Vergleich mit dem Experiment ausreicht, nur den ersten oder die ersten zwei Terme dieser Reihe zu berücksichtigen. Der größte, zum Ein-Photon-Austausch beitragende Term führt übrigens wieder genau auf die eingangs erwähnte Coulomb-Kraft, wie sie von der klassischen Elektrodynamik vorhergesagt wird, während ein weiterer den o.g. Lamb-Shift im Wasserstoffatom erklärt.

Es ist gerade die Kleinheit der Kopplung α_e , welche die Quantenelektrodynamik der störungstheoretischen Auswertung zugänglich macht. Vorausgreifend sie hier erwähnt, daß man im Falle der starken Wechselwirkung aufgrund der Größe der zugehörigen *starken* Kopplung α_s auf die Methode der Computersimulation zurückgreifen muß.

Statisches Quarkmodell

Mit dem Bau von riesigen Teilchenbeschleuniger-Anlagen ab Mitte der fünfziger Jahre setzte eine wahre Flut von neuen, künstlich erzeugten Teilchen ein, die eine andere, besonders starke Kraft „spüren“ und deshalb *Hadronen* (hadros, gr.: stark, robust) genannt wurden. Für sie hatte man bislang kein Kriterium, um sie als elementar oder als aus anderen Teilchen zusammengesetzt zu betrachten. Den entscheidenden Durchbruch lieferte hier das Anfang der sechziger Jahre von Murray Gell-Mann und anderen entworfene *Statische Quarkmodell*, mit dessen Hilfe diese neuen Teilchen klassifiziert und auf einfachere Strukturen zurückgeführt werden konnten. Die Quarks – mit exotisch drittelzahligen elektrischen Ladungen und Spin $S = 1/2$ – wurden hierbei zunächst aus rein mathematischen Überlegungen eingeführt, da man herausfand, daß sich die Hadronen in sog. *Multipletts* anordnen lassen, die sich mit gruppentheoretischen Darstellungen in Verbindung bringen lassen. Ursprünglich war dabei nur von den drei leichtesten Quarksorten u (up), d (down) und s (strange) die Rede. Erst später, als man Teilchen erzeugen konnte, die

nicht in das Klassifizierungsschema dieser Quarks passten, kamen die drei schwereren Quarksorten c (charm), b (bottom) und t (top) hinzu. Nach diesem Modell konnte jedes bekannte Teilchen als Kombination dieser Quarks erklärt werden. Man unterschied dabei zwischen *Baryonen*, welche aus drei Quarks bestehen, wie beispielsweise das Proton oder Neutron, und *Mesonen*, die sich aus einem Quark und einem Antiquark zusammensetzen wie etwa das Pion.

Nun ergaben sich aber zwei ernsthafte Probleme, die dieses „naive Quarkmodell“ nicht erklären konnte. Zum einen schienen die Quarks das *Paulische-Ausschließungsprinzip* zu verletzen. Es besagt im wesentlichen, daß zwei Teilchen, die einen halbzahligen Spin besitzen, sich nicht im selben Quantenzustand befinden dürfen. Zum anderen trägt es der empirischen Tatsache nicht Rechnung, daß Quarks nie als freie Teilchen, sondern immer nur im Baryonen- oder Mesonen-Verbund beobachtet werden. Diese Mängel des Quarkmodells konnten schließlich mit einem Schlag gelöst werden, indem man für Quarks einen neuen Freiheitsgrad einführte, genannt *Farbe*. Jedes Quark kann in einer der drei Farben Rot, Blau oder Grün vorkommen (und entsprechend jedes Antiquark in den Antifarben Antirod, Antiblau oder Antigrün)³.

Durch eine geschickte Verteilung der Farben auf die Quarks konnte nun das Ausschließungsprinzip immer berücksichtigt werden. Die Tatsache, daß freie Quarks nie gefunden wurden, erklärt sich aus dem einfachen Postulat, daß nur *Farbsinglett-Zustände* beobachtbar sind, also Zustände, deren Quarkfarben sich zu Weiß addieren. Demnach besteht ein Proton aus einem roten, einem blauen und einem grünen Quark und ein Meson aus einem farbigen Quark plus seinem Antiquark mit der entsprechenden Antifarbe. Ein einzelnes Quark ist jedoch nicht farbneutral und kann somit als freies Teilchen nicht existieren. Durch diesen Trick wurde gleichzeitig eine unerwünschte, durch den Farbfreiheitsgrad hervorgerufene Inflation der Teilchenzahl im Modell vermieden.

Quantenchromodynamik

In den späten sechziger Jahren vermehrten sich

³Natürlich haben diese Farben nichts mit der physiologischen Farbwahrnehmung zu tun, sondern bezeichnen lediglich drei verschiedene Zustände eines Quarks.

experimentelle Hinweise darauf, daß die Quarks im Innern von Hadronen wirkliche Teilchen sind und nicht bloß mathematische Objekte. Darüber hinaus konnte man zeigen, daß sich die Quarks innerhalb eines Protons annähernd frei bewegen. Dies war eine erstaunliche Beobachtung, denn es bedeutete ja, daß die Kraft zwischen Quarks bei kleineren Abständen immer geringer wird, während sie für große Distanzen so stark ist, daß es unmöglich ist, ein einzelnes Quark aus dem Proton herauszulösen.

Es schien nun an der Zeit, eine Theorie der starken Wechselwirkung zwischen Quarks zu entwickeln, welche diese und andere, die Dynamik von Quarks betreffende Fragen – ausgehend von *first principles* – beantworten konnte. Dies gelang schließlich Jun J. Sakurai Anfang der siebziger Jahre, als er erkannte, daß der im Quarkmodell *ad hoc* eingeführte Farbfreiheitsgrad der eigentliche Schlüssel zum Verständnis der Quarkbindung liefert und hierbei eine ähnliche Rolle spielt, wie die elektrische Ladung bei der elektromagnetischen Wechselwirkung. Aus dieser Überlegung heraus entstand die *Quantenchromodynamik* als die fundamentale (Farben-)Theorie der starken Wechselwirkung zwischen Quarks.

Die Quantenchromodynamik ist – wie ihr großes Vorbild, die Quantenelektrodynamik – eine Quantenfeldtheorie, die auf dem Prinzip der lokalen Eichinvarianz beruht. Die zulässigen Eichtransformationen sind die speziellen unitären 3×3 -Matrizen, welche die sog. *nicht-abelsche Farb-SU(3)-Gruppe*⁵ bilden. Sie wirken nur auf den Farbfreiheitsgrad der Quarks und lassen ihre übrigen dynamischen Größen unverändert. Was hiermit genau gemeint ist, ist in Bild 4 näher erläutert. Um die lokale Eichinvarianz zu gewährleisten, müssen auch hier neue, sog. *Farbfelder* eingeführt werden, deren Feldquanten mit *Gluonen* (glue, engl.: Klebstoff) bezeichnet werden. Sie vermitteln die starke Wechselwirkung zwischen Quarks, so wie die Photonen die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen geladenen Teilchen vermitteln.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen den Photonen und Gluonen besteht darin, daß Photonen keine elektrische Ladung besitzen und deshalb nicht miteinander wechselwirken, während Gluonen durchaus eine Farbladung tragen, die

sich aus einer Farbe und einer Antifarbe zusammensetzt. Dies führt zu komplizierten Wechselwirkungen zwischen den Gluonen und ist letztlich die Ursache dafür, daß die Quantenchromodynamik mathematisch so schwer in den Griff zu bekommen ist.

Asymptotische Freiheit und Quark-Confinement

Ein wesentlicher Punkt, der die Quantenchromodynamik zu einem erfolgversprechenden Kandidaten zur Beschreibung der starken Wechselwirkung macht, ist, daß sie eine *asymptotisch freie* Theorie ist. Das bedeutet, daß ihre charakteristische Kopplung α_s (s steht für stark) sich für immer größere Energien (das entspricht immer kleineren Quarkseparationen) asymptotisch der Null nähert. Somit läßt sich nämlich erklären, warum sich die Quarks in Protonen, oder in anderen Hadronen wie quasi-freie Teilchen verhalten. Leider ist dies der einzige Bereich, in dem physikalische Prozesse durch den Ein-Gluon-Austausch dominiert werden und die Quantenchromodynamik analytisch zugänglich ist. Im mittleren Distanz- bzw. Energiebereich ist α_s von der Größenordnung Eins, was bedeutet, daß hier Viel-Gluon-Austauschprozesse zwischen Quarks genauso häufig auftreten, wie der Ein-Gluon-Austausch. Es besteht somit keine Hoffnung, daß Reihenentwicklungen in Potenzen von α_s im niederenergetischen Bereich konvergieren und man so – wie im Falle der Quantenelektrodynamik – auf analytischem Wege Aufschluß über die Bindungskräfte zwischen Quarks bei größeren Abständen erhält.

Insbesondere entzieht sich der experimentell beobachtete permanente Einschluß von Quarks in Hadronen – das sog. *Quark-Confinement* – der analytischen quantenchromodynamischen Berechnung. Es gibt zwar ein Modell, wie man sich dieses Quark-Confinement vorzustellen hat, jedoch ist *a priori* nicht klar, ob und wie es mit der Quantenchromodynamik im Einklang steht. Dieses sog. *Stringbild* beinhaltet, daß zwischen zwei Quarks eine Kraft wirkt, die sich mit einem elastischen Gummiband (String) vergleichen läßt, welches mit Lichtgeschwindigkeit ro-

⁵Der Begriff „nicht-abelsch“ bedeutet, daß die Reihenfolge mehrerer hintereinander ausgeführter Eichtransformationen eine Rolle spielt. Ein illustratives Beispiel hierfür sind räumliche Drehungen eines Würfels: Im allgemeinen hängt die Endposition des Würfels von der Reihenfolge der Drehungen um seine Längsachsen ab.

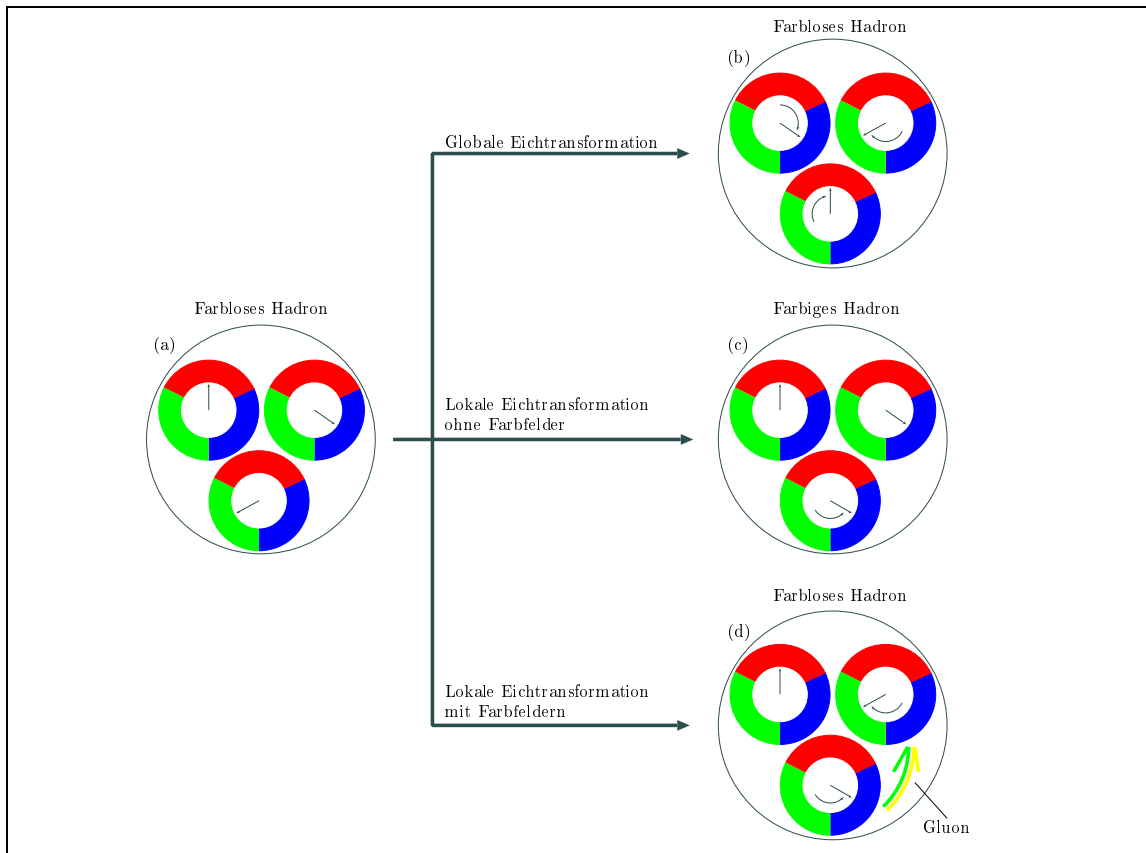


Bild 4: (a) zeigt ein aus drei Quarks bestehendes Hadron. Die eingezeichneten Pfeile weisen auf die jeweilige Farbe der Quarks, die alle verschieden sind, um die Farbneutralität des Hadrons zu gewährleisten. Führt man nun zunächst eine *globale Eichtransformation* an den Quarks durch, die man sich vereinfachend als eine Drehung aller Pfeile, z.B. um 120 Grad im Uhrzeigersinn, vorstellen kann, so ändert sich jede Quarkfarbe in entsprechender Weise (b). Alle drei Farben bleiben jedoch weiterhin voneinander verschieden, so daß das Hadron bzw. seine Farbneutralität invariant unter dieser globalen Transformation ist. *Lokale Eichinvarianz* bedeutet nun, daß das Hadron auch dann farbneutral bleibt, wenn man bei jedem Quark eine beliebige Transformation vornimmt, z.B. beim dritten Quark eine 120 Grad-Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn (c). Man sieht leicht, daß hierbei im allgemeinen kein farbneutrales Hadron entsteht. Man kann aber die lokale Eichinvarianz retten, indem man – analog zu den Photonen der Quantenelektrodynamik – Farbfelder einführt, deren Feldquanten als *Gluonen* bezeichnet werden (d). Das dritte Quark emittiert nun beim Übergang von Grün nach Blau ein Gluon, welches die Farben Grün und Antiblau(=Gelb) trägt. Das zweite Quark absorbiert dieses Gluon und wechselt dabei seine Farbe von Blau nach Grün. Das so entstandene Hadron ist – wie gewünscht – wieder farbneutral.

tiert und vibriert. Das Auseinanderziehen dieses Bandes erfordert einen immer größeren Kraftaufwand, so daß man die Quarks nicht voneinander trennen kann. Dieses Bild wurde modifiziert, indem das Band als Bündel von Farbkraftlinien – analog zu den elektrischen Kraftlinien zwischen Elektron und Proton – interpretiert wurde, die in einer schmalen Röhre zwischen den Quarks konzentriert sind, so daß die Energiedichte an jedem

Punkt zwischen den Quarks konstant ist (Bild 5).

Erst im Jahre 1974 wurde durch K. Wilson die Möglichkeit geschaffen, diese qualitativen Beschreibungen des Quark-Confinements innerhalb der Quantenchromodynamik quantitativ zu überprüfen, indem er einen numerischen Zugang zu Quantenfeldtheorien entwickelte, der unter dem Namen *Gittereichtheorie* bekannt ist.

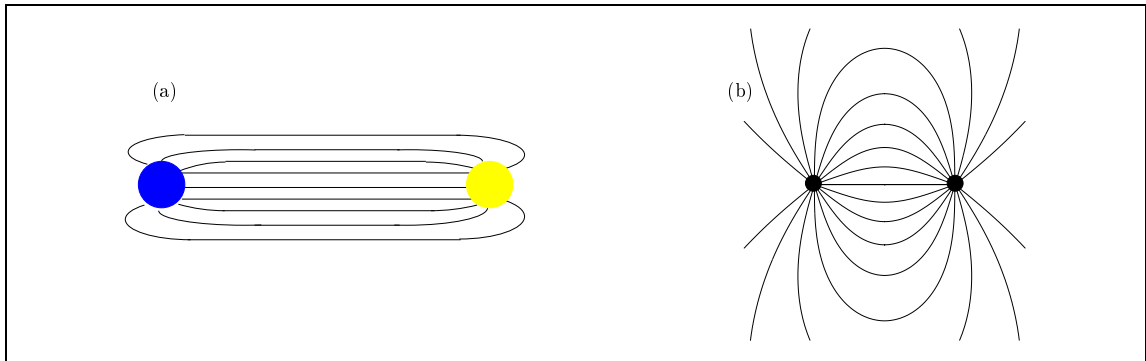


Bild 5: (a) illustriert, wie man sich die Feldlinienverteilung der Farbkraft zwischen Quarks nach dem modifizierten String-Modell vorzustellen hat. Die Dichte der Linien ist ein Maß für die Stärke der Kraft, während der Verlauf der Linien die Richtung der Kraft angibt. Man erkennt, daß die Linien räumlich stark begrenzt und zwischen den Quarks zu einem engen Schlauch zusammengeschnürt sind, so daß die Feldliniendichte und damit die Anziehungskraft dort überall konstant ist. Dieses Bild erklärt qualitativ den Quark-Einschluß in Hadronen, da die Energie, die man benötigt um die Quarks auseinanderzuziehen, proportional zum Abstand der Quarks ist, wie bei einem elastischen Gummiband (String). (b) zeigt zum Vergleich die elektrischen Kraftlinien zwischen zwei entgegengesetzt geladenen Teilchen. Hier erstrecken sich die Linien im ganzen Raum, wobei ihre Dichte geringer wird, je weiter man sich von den Ladungen entfernt.

Gittereichtheorie

Die Gittereichtheorie beruht im wesentlichen auf einer Diskretisierung der Raum-Zeit, bei der die kontinuierliche vierdimensionale Welt, bestehend aus drei Raum- und einer Zeitachse, auf ein vierdimensionales kubisches Gitter abgebildet wird. Man kann sich dieses Gitter als in alle Richtungen übereinander gestapelte Würfel vorstellen. Die Quarks werden auf den Gitterpunkten (also auf den Ecken der Würfel) definiert, während die Farbfelder (Gluonen) nur auf den Verbindungslinien zweier benachbarter Gitterpunkte (*Links*) „leben“. Sie sind durch Elemente der oben erwähnten Farb-SU(3)-Gruppe repräsentiert und werden in diesem Zusammenhang mit *Linkvariable* bezeichnet. Es ist natürlich klar, daß diese diskrete Welt zunächst nichts mit der uns umgebenden kontinuierlichen Raum-Zeit zu tun hat. Sie ist in erster Linie als ein mathematischer Umweg zu verstehen, der es erlaubt, quantenchromodynamische Berechnungen auszuführen, die im Kontinuum nicht möglich sind; man nennt dieses Verfahren *Regularisierung*. Durch den Übergang zu immer feineren Gittern läßt sich der kontinuierliche Fall extrapolieren, und man erhält schließlich physikalische Aussagen, die mit dem Experiment verglichen werden können.

Die Gittereichtheorie bietet somit ein Konzept, die Quantenchromodynamik ohne Rück-

griff auf Näherungsverfahren numerisch durchzuspielen, und zwar sowohl im Hochenergie- als auch im Niederenergiebereich. Da hierbei allerdings eine riesige Zahl von Berechnungen auszuführen ist, konnte sie sich erst nach dem Aufkommen leistungsstarker Supercomputer in den achtziger Jahren als numerischer Zugang zur Quantenchromodynamik vollständig etablieren.

Was die Zahl der auszuführenden Berechnungen so groß macht, ist die Tatsache, daß jede Quantenfluktuation des Vakuums durch eine eigene Gitterkonfiguration der Linkvariablen dargestellt werden muß. Nimmt man der Einfachheit halber an, daß jede Linkvariable nur zwei Werte annehmen kann, so ergeben sich schon allein auf einem Gitter, das in jeder Richtung nur 16 Punkte besitzt (16^4 -Gitter) $2^{65536} \approx 10^{19728}$ verschiedene Eichfeldkonfigurationen. Schon diese Anzahl ist von keinem Computer der Welt in einer akzeptablen Zeit zu bewältigen. Es kommt aber noch schlimmer: Jede quantenchromodynamische Linkvariable kann nämlich unendlich viele Werte annehmen, was zu einer (noch sehr viel größeren) unendlichen Zahl verschiedener Konfigurationen führt. Diese Zahl läßt sich aber auf ein endliches (und berechenbares) Maß reduzieren, wenn man berücksichtigt, daß nicht alle Quantenfluktuationen bzw. zugehörigen Gitterkonfigurationen gleich wahrscheinlich sind. Man kann somit eine repräsentative Auswahl aller Konfigurationen treffen, bei der wahrscheinliche

Konfigurationen stärker berücksichtigt werden als weniger wahrscheinliche. Das hierzu verwendete Verfahren heißt *Monte-Carlo-Methode*, bei dem die Eichfeldkonfigurationen ihrer Wahrscheinlichkeit entsprechend „gewürfelt“ werden. Aufgrund dieser stochastischen Methode sind alle auf dem Gitter berechneten Größen mit statistischen Fehlern behaftet, die jedoch mit zunehmender Simulationsdauer, d.h. mit zunehmender Zahl erzeugter Konfigurationen, reduziert werden.

Im folgenden stellen wir aktuelle Forschungsergebnisse vor, die die Beschreibung von Quarkonia-Systemen mittels der Gittereichtheorie zum Thema haben. Die hierzu notwendigen numerischen Simulationen wurden auf massiv parallelen Rechnern, den Connection Machines CM-2 und CM-5 am Institut für angewandte Informatik der Bergischen Universität Wuppertal und der Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung (GMD), Birlinghoven in den letzten zwei Jahren durchgeführt. „Massiv parallel“ heißt in diesem Zusammenhang, daß die Rechner aus mehreren Tausend (CM-2) bzw. mehreren Dutzend (CM-5) Prozessoren bestehen, auf die die große Zahl der auszuführenden Rechnungen im Programm-Code delegiert werden können. Hierdurch ergibt sich ein enormer Geschwindigkeitsvorteil gegenüber seriell arbeitenden Computern mit nur einem Prozessor. Beide Maschinen besitzen eine maximale Rechenleistung von ca. 1.2 (CM-2) und 5.2 (CM-5) GFlops (1 Gflops=1 Milliarde Fließkommaoperationen pro Sekunde). Die Simulationen haben jeweils einen Netto-Umfang von etwa 400 Stunden, was nach heutigen Maßstäben Computer-Experimenten von mittleren Ausmaßen entspricht.

Numerischer Beweis des Quark-Confinements

Betrachtet man den Fall eines unendlich schweren und ruhenden Quark-Antiquark-Systems, wobei die ständig erzeugten und wieder vernichteten dynamischen Quarks des virtuellen Teilchenzoos vernachlässigt werden, so lassen sich physikalische Größen innerhalb der Gittereichtheorie relativ leicht berechnen und sind einfach durch Produkte von Linkvariablen entlang geschlossener Wege auf dem Gitter gegeben. Die Theorie besitzt dann – neben der Anzahl der

Gitterpunkte – nur einen freien Parameter, der den physikalischen Abstand zweier Gitterpunkte (Gitterkonstante) und damit die Auflösung des gesamten Gitters bestimmt.

Bild 6 zeigt das Potential (wegintegrierte Kraft) eines solchen Systems in Abhängigkeit vom relativen Abstand r der beiden Quarks, wobei die unterschiedlich gefärbten Datenpunkte zwei Computersimulationen mit verschiedener Gittergröße und -auflösung entsprechen. Im kleinen Distanzbereich ähnelt das Potential dem elektrostatischen $1/r$ -Potential zwischen Elektron und Proton. Schaut man jedoch genauer in diesen Bereich hinein, so läßt sich für sehr kleine Distanzen ein abschwächendes Verhalten gegenüber der $1/r$ -Form erkennen. Dieses Verhalten im Hochenergiebereich steht im Einklang mit analytischen Berechnungen der Quantenchromodynamik und ist letztlich auf das oben erwähnte asymptotische Verhalten der starken Kopplung α_s zurückzuführen. In dem Bereich großer Quarkseparationen steigt das Potential linear an und stimmt somit in der Tat mit der Vermutung innerhalb des String-Modells überein. Man nennt deshalb die Größe dieses Anstiegs *stringtension*, was zu deutsch „Fadenspannung“ oder „Gummi-bandspannung“ bedeutet.

Es drängt sich nun die Frage auf, ob sich auch die andere Vermutung des String-Modells bezüglich der Farbfeldeinschnürung zwischen den Quarks gittereichtheoretisch verifizieren läßt. Hierzu wurden ebenfalls Computersimulationen durchgeführt, deren Ergebnisse in Bild 7 dargestellt sind. Es zeigt dreidimensionale Darstellungen der Farbfeldverteilung zwischen Quark und Antiquark für jeweils zwei verschiedene Quarkseparationen. Die Höhe der Graphikpunkte gibt jeweils die Dichte des Farbfeldes am entsprechenden Ort wieder, während die Färbung den relativen numerischen Fehler charakterisiert. Sind Quark und Antiquark relativ nahe beieinander (a), so ergibt sich eine Farbfeld-dichteverteilung, die wieder mit der elektrischen Felddichteverteilung zwischen Proton und Elektron vergleichbar ist. Für große Abstände (b) zeigt sich jedoch ein qualitativ anderes Verhalten und es bildet sich tatsächlich ein Flußschlauch konstanter Energiedichte zwischen den Quarks aus, wie es vom modifizierten String-Modell vorhergesagt wird.

Natürlich beschränkt sich die Gittereichtheorie nicht auf die Erforschung von mesonischen

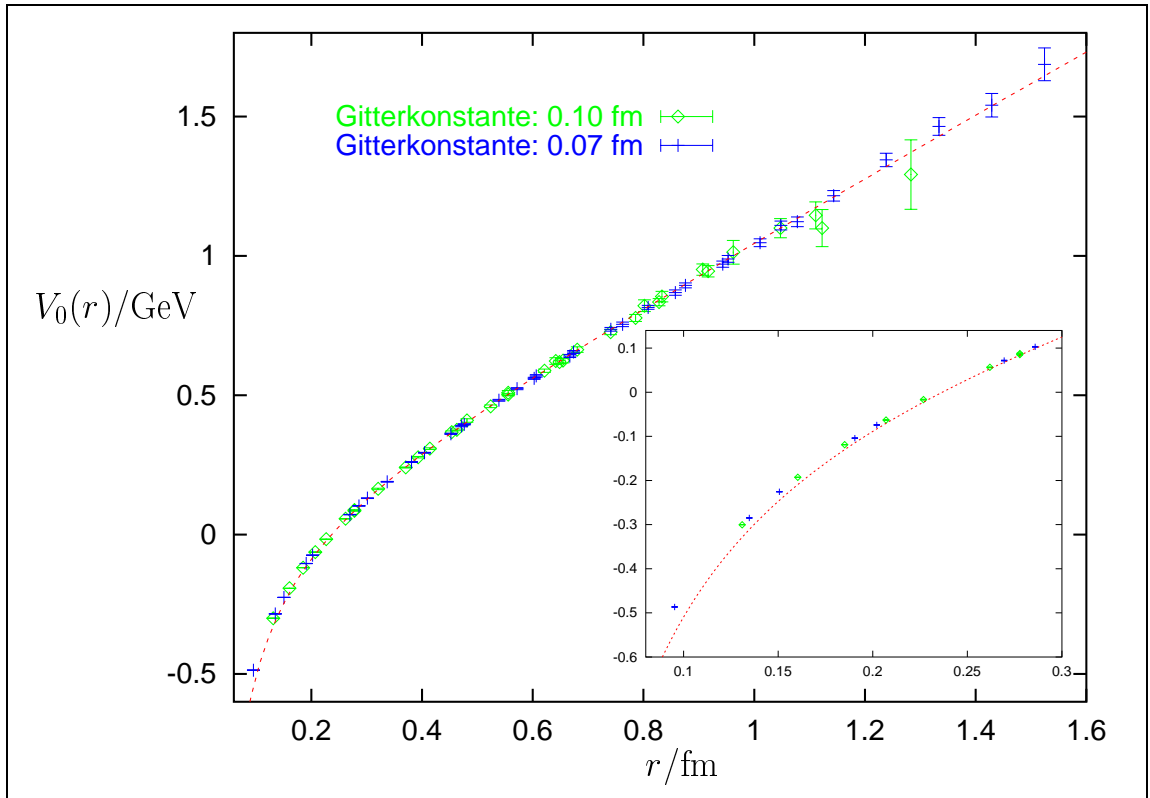


Bild 6: Statisches Quark-Antiquark-Potential $V_0(r)$ in Abhängigkeit der Quarkseparation r . Die grünen (blauen) Datenpunkte resultieren aus einer Computersimulation eines 16^4 -Gitters (32^4 -Gitters) mit einer Gitterauflösung von 0.1 fm (0.07 fm). Die an den Datenpunkten eingetragenen Balken geben jeweils die numerischen 1σ -Fehler wieder. Die Kurve entspricht der Parametrisierung $\kappa r - e/r$ und wurde im Distanzbereich 0.3–1.6 fm den Datenpunkten angeglichen. κ bezeichnet hierbei die *Stringtension* und e eine *effektive Kopplung*. Die Einheiten der Längen- und Energieskala sind fm (Femtometer) bzw. GeV (Gigaelektronenvolt). Man beachte den enormen Größenunterschied von acht bis neun Zehnerpotenzen gegenüber der Energieskala des Wasserstoffatoms (vgl. Bild 2). Für große Quarkdistanzen ist sehr schön der lineare Anstieg des Potentials zu erkennen. Im kleinen Distanzbereich verlaufen die Datenpunkte oberhalb der Kurve, wobei die Abweichungen für r gegen Null immer größer werden. Dieses Verhalten wird durch die Quantenchromodynamik aufgrund des asymptotischen Verhaltens der starken Kopplung α_s vorhergesagt.

Quark-Antiquark-Systemen. Die gleichen Methoden können auch zum Studium von Drei-Quark-Zuständen (Baryonen) angewendet werden oder für den Fall von 4-Quark-Systemen, bestehend aus zwei Quark-Antiquark-Paaren. (*Nukleare Chemie*). Bild 8 zeigt beispielsweise die Farbfeldverteilung eines 4-Quark-Systems. Man erkennt auch hier die Bildung zweier Schläuche, wenn auch nicht so deutlich, was an den relativ großen statistischen Fehlern liegt.

Nachdem man also das Quark-Confinement

innerhalb der Quantenchromodynamik mittels der Gittertheorie berechnen kann, besteht natürlich als nächstes ein großes Interesse daran, herauszubekommen, was die eigentlich relevanten Aspekte dieser doch sehr unüberschaubaren Theorie sind, die die Einschnürung der Farbfelder zwischen Quarks und damit das Quark-Confinement bewerkstelligen. Nach einer von t'Hooft entwickelten Idee gelangt man zu einem qualitativen Verständnis der Flußschlauchbildung, indem man das aus Gluonen und leichten Quark-Antiquark-Paaren bestehende quanten-

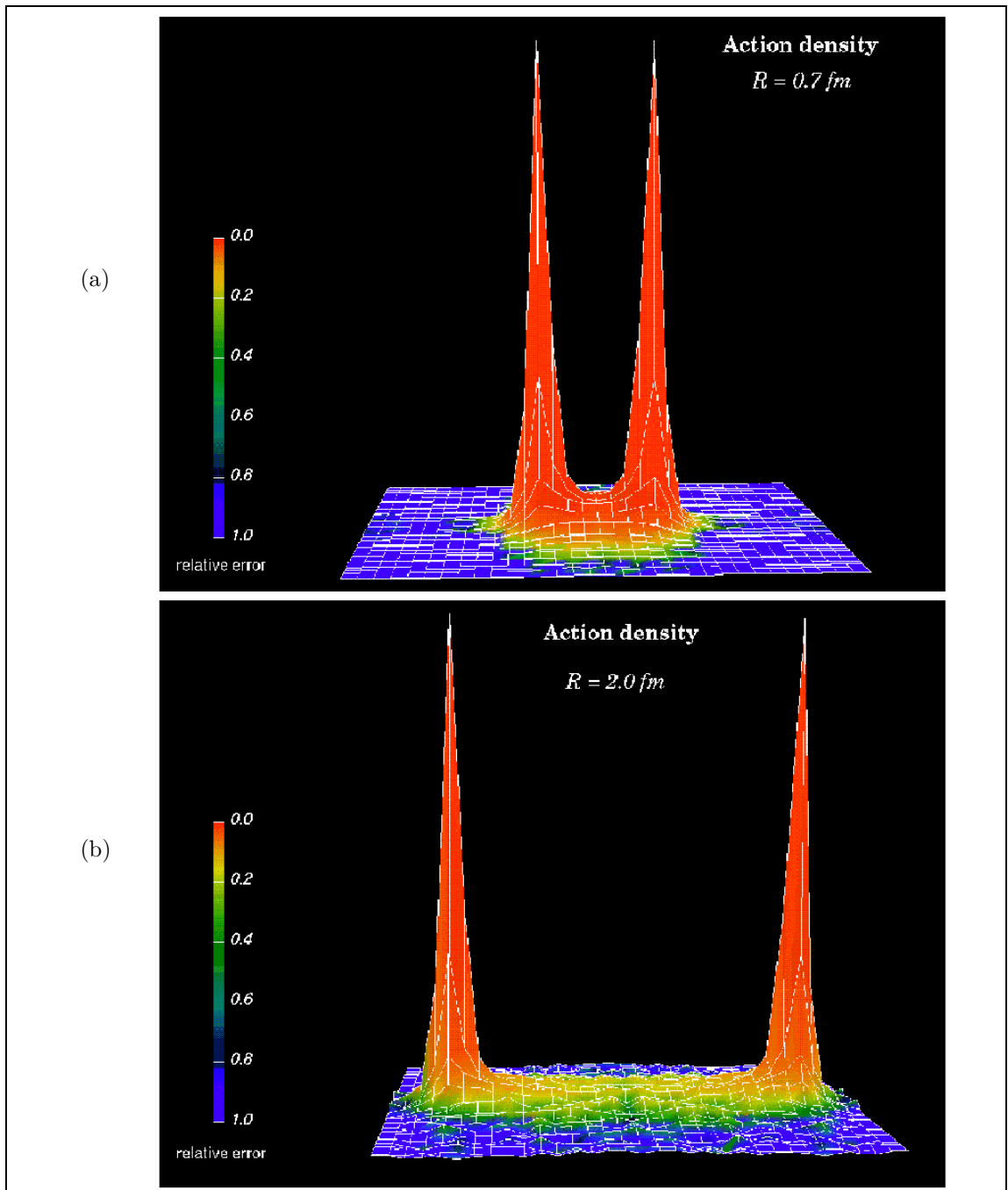


Bild 7: Dreidimensionale Darstellung der Farbfeldverteilung eines statischen Quark-Antiquark-Paares für die Quarkseparationen $r = 0.7 \text{ fm}$ (a) und $r = 2.0 \text{ fm}$ (b). Die Abbildungen zeigen die Größe $(\vec{E}^2 - \vec{B}^2)$ pro Volumeneinheit, die auf einer, die Quarks enthaltende Ebene durch Computersimulation berechnet wurden. \vec{E} und \vec{B} bezeichnen hierbei das chromoelektrische bzw. chromomagnetische Feld. Die Höhe des Netzgitters gibt jeweils die Größe der Farbfeldichte am entsprechenden Ort innerhalb der Ebene an, während die Farben den dortigen relativen statistischen Fehler markieren. Für kleine Quarkseparationen ist zwischen den Quarks eine Sattelform zu erkennen, wie man sie auch bei der elektrischen Feldverteilung zweier geladener Teilchen vorfindet. Beim „Auseinanderziehen“ der Quarks bildet sich zwischen den Quarks ein konstantes Plateau aus; die Farbfelder sind dort in einem engen Schlauch mit konstanter Dichte zusammengeschnürt.

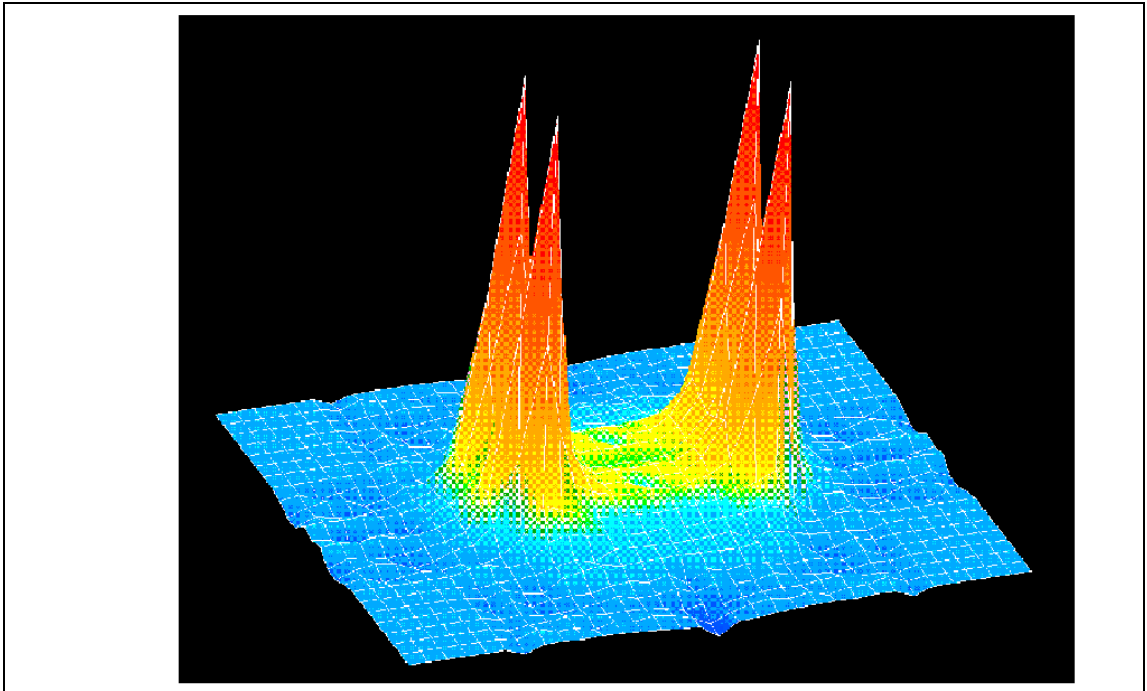


Bild 8: Dreidimensionale Darstellung der Farbfeldverteilung eines statischen 4-Quark-Systems in rechteckiger Konstellation, das sich aus zwei Quarks und zwei Antiquarks zusammensetzt. Wie in Bild 7 gibt die Höhe des Gitters jeweils die Größe $(\vec{E}^2 - \vec{B}^2)$ pro Volumeneinheit an und die Färbung den relativen statistischen Fehler. Die Quarkseparationen betragen 1.1 fm und 0.4 fm. Da die Berechnung dieser Farbfeldverteilung um einiges aufwendiger ist als die von Zwei-Quark-Systemen, sind die Werte im Vergleich zu Bild 7 mit größeren Fehlern behaftet. Trotzdem erkennt man auch hier, daß sich zwei Flußschläuche ausbilden. Die beiden in der Mitte der Schläuche sichtbaren runden Vertiefungen haben keine physikalische Signifikanz und sind rein statistischer Natur.

chromodynamische Vakuum mit einem Supraleiter vergleicht⁶ und sich als ein Kondensat von farbmagnetischen Monopolen vorstellt, die bestrebt sind, jegliche farbelektrischen Felder zu verdrängen, was letztlich zu dem in Bild 7 gezeigten Zusammenquetschen der (farbelektrischen) Feldlinien zwischen Quark und Antiquark führt. Ist diese Vorstellung korrekt, dann sollten sich die relevanten Freiheitsgrade der Quantenchromodynamik gerade aus der sog. *abelschen Projektion* der Theorie ergeben. Sie reduziert die Quantenchromodynamik im gruppentheoretischen Sinne auf zwei abelsche $U(1)$ -Gruppen, von denen die eine Quarks und Gluonen und die andere magnetische Monopole beschreibt. In der Gittereichtheorie entspricht dies dem Zerlegen jeder Linkvariable in einen maximal abelsch geeichten und einen nicht-abelschen Anteil mittels

lokaler Eichtransformationen, wobei der nicht-abelsche Anteil im weiteren ignoriert wird.

Bild 9(a) zeigt den Verlauf der Farbfeldverteilung zwischen einem schweren Quark-Antiquark-Paar in der abelschen Projektion, wobei die Färbung die Dichte der Farbfeldlinien selbst angibt. Aus der gezeigten Perspektive (sie entspricht der von Bild 5(a)) ist sehr schön die konstante Dichte der Feldlinien zwischen den Quarks sowie ihre röhrenförmige Einschnürung zu erkennen. Zum direkten Vergleich ist in Bild 9(b) die elektrische Feldliniendichte zwischen Elektron und Proton zu sehen (vgl. Bild 5(b)). Offenbar ist also das gesamte Quark-Confinement-Phänomen tatsächlich im maximal abelsch geeichten Sektor der Quantenchromodynamik allein zu finden, was t'Hoofts Vergleich des quantenchromodynamischen Vakuums mit einem Su-

⁶In einem supraleitendem Medium schließen sich jeweils zwei Leitungselektronen zu sog. *Cooper-Paaren* zusammen und bilden ein Kondensat, das jegliche Magnetfelder aus dem Innern des Supraleiters herausdrängt (*Meissner-Effekt*).

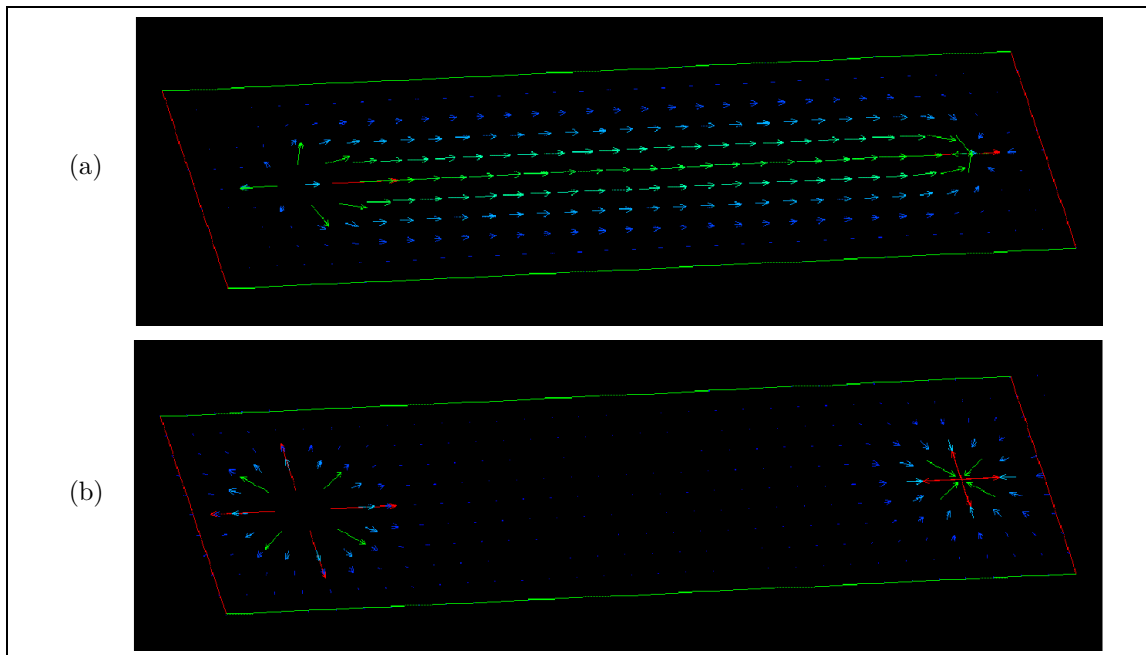


Bild 9: (a) ist eine zweidimensionale Darstellung der Farbfeldichtevertellung zwischen einem Quark-Antiquark-Paar, wie sie sich nach der abelschen Projektion in der Computersimulation ergibt. Färbung und Pfeillänge symbolisieren hierbei die Dichte der Feldlinien. Der Abstand der Quarks beträgt 2 fm. Man sieht deutlich die Ausbildung einer Schlauchstruktur. Demgegenüber ist in (b) die elektrostatische Felddichteverteilung zwischen zwei geladenen Teilchen (z.B. Elektron und Proton) zu sehen. Im Gegensatz zu (a) ist hier keine Feldeinschnürung vorhanden.

praleiter durchaus rechtfertigt.

Es sei an dieser Stelle erwähnt, daß es in der Welt der Quarks einen Prozeß gibt, den man mit *Quarkfragmentation* bezeichnet und, dem aufgrund der o.g. Vernachlässigung virtueller Quarks bisher nicht Rechnung getragen wurde. Dieser Prozeß beinhaltet, daß der Farbfeldschlauch zwischen Quark und Antiquark beim Überschreiten einer gewissen Distanz aufreißt. Dabei werden aus dem Vakuum ein weiteres Quark und Antiquark erzeugt, die sich an den zwei „freien Enden“ des Schlauches anlagern und zusammen mit dem ursprünglichen Quark und Antiquark zu zwei neuen Quark-Antiquark-Systemen kombinieren. Eine entsprechende Berücksichtigung dieses Effektes hätte in Bild 6 zur Folge, daß das Potential ab einer bestimmten Distanz mehr oder weniger deutlich abflacht, während sich in Bild 7 irgendwann zwei neue Peaks zwischen den alten ausbilden sollten.

Heute, zu Beginn der Ära der Teraflopscomputer, gibt es eine Reihe von Forschergruppen, die solche und andere, durch virtuelle Quarks hervorgerufene Effekte in noch sehr viel aufwen-

digeren gittertheoretischen Computersimulationen erforschen. Ein eindeutiger numerischer Beweis der Quarkfragmentation steht aber bislang noch aus, was hauptsächlich an den immer noch zu geringen zur Verfügung stehenden Rechenkapazitäten liegt.

Charmonium und Bottomonium

Aufgrund des Quark-Confinements ist es nicht so einfach, quantenchromodynamische bzw. gittertheoretische Ergebnisse im Experiment mit hoher Genauigkeit zu überprüfen. Im Falle der elektromagnetischen Wechselwirkung ist dies kein Problem. Dort gibt es neben dem Studium gebundener Zustände wie beispielsweise des Wasserstoffatoms viele andere Möglichkeiten, theoretische Konzepte zu testen. Man kann z.B. freie Elektronen und Protonen aneinander streuen und die Winkelverteilung der Flugrichtungen mit theoretischen Vorhersagen vergleichen. Da aber Quarks nicht als freie Teilchen zur Verfügung stehen, sind die einzigen, experimentell zugänglichen Phänomene der starken Wech-

Wechselwirkung hadronische Bindungssysteme. Zwei solcher Systeme, welche sich besonders gut zum Vergleich mit theoretischen Vorhersagen eignen, sind das Charmonium und Bottomonium. Sie bestehen aus einem c -Quark und c -Antiquark bzw. b -Quark und b -Antiquark und werden in Kurzform mit $c\bar{c}$ bzw. $b\bar{b}$ bezeichnet. Ähnlich wie das Wasserstoffatom können sie in verschiedenen Bindungszuständen vorkommen, die jeweils mit unterschiedlichen Teilchen (Mesonen) identifiziert werden. Der erste Charmonium-Zustand mit einer Masse von $3.097 \text{ GeV}/c^2$ wurde 1974 entdeckt. Drei Jahre später fand man den ersten Bottomonium-Zustand mit einer Masse von $9.460 \text{ GeV}/c^2$. Inzwischen hat man eine ganze Reihe schwererer $c\bar{c}$ - und $b\bar{b}$ -Zustände experimentell nachweisen und messen können.

Das Charmonium und vor allem das Bottomonium haben gegenüber anderen Quarkonia-Systemen, die sich aus leichteren Quarksorten zusammensetzen, den Vorteil, daß ihre Bindungsenergien deutlich unterhalb der Massen der beteiligten Quarks liegen, beim $c\bar{c}$ etwa um den Faktor 3 und beim $b\bar{b}$ um den Faktor 10 kleiner. Ihre verschiedenen Bindungszustände sollten sich deshalb im Rahmen der nichtrelativistischen Quantenmechanik gut beschreiben lassen, und zwar umso besser, je schwerer die beteiligten Quarks sind. Man hat hierzu – wie im Falle des Wasserstoffatoms – für jedes System jeweils eine Schrödingergleichung numerisch zu lösen⁶, in der die Form der starken Kraft und die Quarkmassen explizit eingehen. Das Potential bzw. die Kraft zwischen einem unendlich schweren Quark-Antiquark-System wurde bereits besprochen und in Bild 6 dargestellt. Da wir es nun hier mit endlichen Quarkmassen zu tun haben, muß dieses Potential um ein Dutzend kleinerer Korrekturpotentiale ergänzt werden, die sich ebenfalls im Rahmen der Gittereichtheorie numerisch berechnen lassen. Sie berücksichtigen die Bewegung der Quarks sowie die durch ihre Drehimpulse und Spins hervorgerufenen Wechselwirkungen.

Bild 10 zeigt die sich hieraus ergebenden Massen der verschiedenen $c\bar{c}$ - und $b\bar{b}$ -Zustände im Vergleich zu den experimentell ermittelten Werten. Beim Bottomonium werden die experimentel-

len Daten innerhalb einer mittleren Abweichung von 19 MeV (d.h. 2 Promille) reproduziert, wobei beim $c\bar{c}$ etwa doppelt so große Abweichungen zu beobachten sind, als beim $b\bar{b}$. Dies ist auch verständlich, denn das $c\bar{c}$ ist ungefähr um den Faktor 3 leichter als das $b\bar{b}$, so daß beim $c\bar{c}$ relativistische Effekte eine größere Rolle spielen, die durch den verwendeten quantenmechanischen Ansatz nicht adäquat berücksichtigt werden. Man vermutet, daß sich die verbleibenden kleinen Abweichungen beim $b\bar{b}$ noch weiter reduzieren lassen, wenn man die Vakuumpolarisation miteinbezieht und wenn man über das Potentialmodell hinausgeht, d.h. höhere relativistische Korrekturen auch noch mitberücksichtigt.

Ausblick

Durch die rasante Entwicklung der Computertechnologie wird es den Physikern in zunehmendem Maße möglich, realistischere QCD Rechnung unter Mitnahme der vollen Vakuumstruktur durchzuführen. Ein Gegenstand der aktuellen physikalischen Forschung ist insbesondere die Physik schwachen Zerfälle von Hadronen, die sich aus schweren *und* leichten Quarks zusammensetzen. Von großem Interesse sind ebenso die *ab initio* Bestimmung der starken Kopplung und der Quarkmassen.

Die Durchführung dieses Programms erfordert jedoch einen Rechenaufwand der Kategorie TERAcomputing. Darunter verstehen wir Computerexperimente mit einem Rechenaufwand von hunderten bis tausenden von Tflopsstunden (1 Tflops = 1 Billion Fließkommaoperationen pro Sekunde). Solche gewaltigen Rechenleistungen sind selbst mit Superrechnern wie der CRAY T3E nicht zu realisieren. Aus diesem Grunde arbeiten verschiedene Hochschulgruppen an der Fertigstellung von Teraflopsrechnern im Eigenbau, welche in der Lage sind, die rechenintensiven Teile solcher Simulationen zu einem Bruchteil der Kosten zu erledigen.

Die Nase vorn hat die Arbeitsgruppe von Prof. Iwasaki an der japanischen Tsukuba Universität, die zusammen mit der Firma Hitachi den 0.6 Tflopsrechner CP-PACS gebaut hat. In

⁶Hierzu reichen handelsübliche Personal Computer oder Workstations aus, welche das Problem in wenigen Minuten bewältigen.

Europa stehen wir momentan an der Schwelle des TERAcomputing. Denn wir erwarten für das Jahr 1998 die Realisierung des APEmille-Projektes – eine Entwicklung in Zusammenarbeit

mit theoretischen Physikern an den Universitäten Rom und Pisa. Partner auf deutscher Seite sind DESY sowie die Universitäten Bielefeld und Wuppertal.

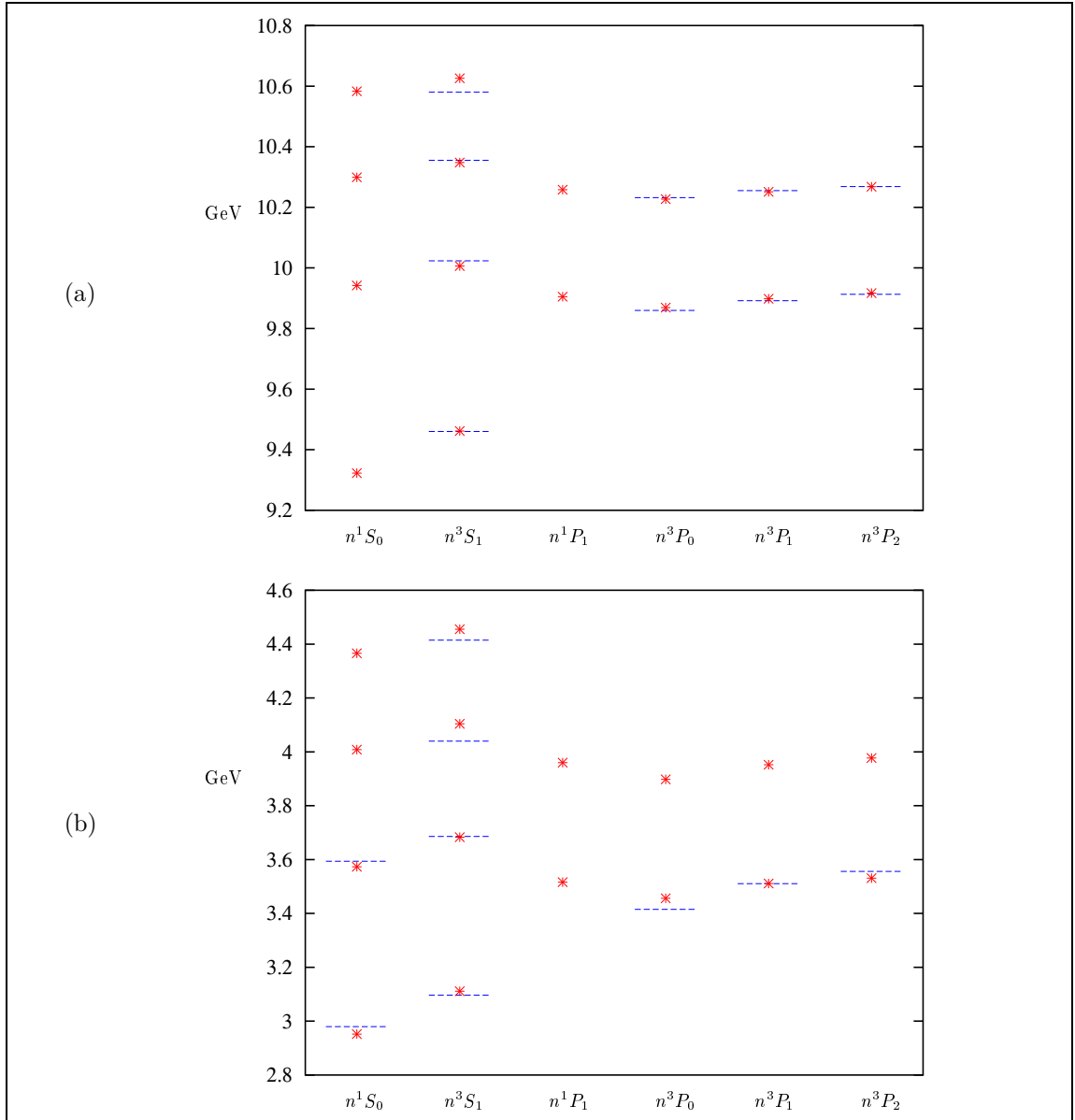


Bild 10: Quantenmechanisch berechnete Bindungsmassen (rote Sterne) im Vergleich zu experimentellen Daten (blaue Linien) für das Bottomonium (a) und das Charmonium (b). Die allgemeine spektroskopische Notation der verschiedenen Zustände ist $n^{2S+1}L_J$, wobei n die Hauptquantenzahl, L die Orbitalquantenzahl des relativen Bahndrehimpulses, S die Gesamtspinquantenzahl und J die Gesamtdrehimpulsquantenzahl bezeichnet. Die Zustände, für die keine blaue Linien eingezeichnet sind, konnten bisher experimentell noch nicht beobachtet werden. Die numerische Genauigkeit der Datenpunkte liegt bei 3 MeV, während die Meßfehler der experimentellen Werte mehr als eine Größenordnung kleiner sind. Die durchschnittliche Abweichung von den experimentellen Daten beträgt beim Bottomonium 10 MeV (dies entspricht einer relativen Abweichung von nur 0.1 Prozent!) und beim Charmonium 20 MeV.

Interessante Internet-Adressen

- HLRZ homepage:
<http://www.hlrz.kfa-juelich.de/>
- Universität Wuppertal homepage:
<http://www.uni-wuppertal.de/>
- A. Wachter: „Eine genaue Bestimmung relativistischer Korrekturen zum zentralen $q\bar{q}$ -Potential in der $SU(3)$ -Eichtheorie“, Dissertation Universität Wuppertal (1996):
<http://www.hlrz.kfa-juelich.de/HLRZ/HighEnergy/gluonic.html>
- C. Schlichter: „Confinement-Mechanismus in maximal abelscher Eichung“, Dissertation Universität Wuppertal (1997):
<http://www.hlrz.kfa-juelich.de/HLRZ/HighEnergy/gluonic.html>
- G. S. Bali, A. Wachter, K. Schilling: „Complete $\mathcal{O}(v^2)$ corrections to the interquark potential from $SU(3)$ gauge theory“ [Phys.Rev. D56 (1997) 2566-2589]:
<http://xxx.lanl.gov/abs/hep-lat/9703019>
- APEmille homepage:
http://chimera.roma1.infn.it/apehdoc/apemille/INFN_APEmille.html
- APE Aktivitäten am HLRZ in Zeuthen:
<http://www.ifh.de/computing/parallel/ape/ape.html>
- Tsukuba Center for Computational Physics homepage:
<http://www.rccp.tsukuba.ac.jp/>
- Liste der 500 Supercomputerzentren:
<http://parallel.rz.uni-mannheim.de/top500/top500.list.html>