

Elektrodynamik und Röntgenstrahlung

Armin Wachter

Allgemeine Bemerkungen

Nach heutigem Wissensstand existieren in der Natur nur vier Wechselwirkungsarten, auf die sich im Prinzip alle physikalischen Phänomene zurückführen lassen. Es sind dies

- die gravitative Wechselwirkung, die zwischen massiven Körpern wirkt und die „Welt im Großen zusammenhält“,
- die elektromagnetische Wechselwirkung, welche für die meisten alltäglichen Erscheinungen verantwortlich ist, angefangen vom Licht über chemische Bindungen bis hin zu makroskopischen Eigenschaften der Stoffe,
- die schwache Wechselwirkung, welche sich lediglich im subatomaren Mikrokosmos bemerkbar macht und z.B. für den β -Zerfall verantwortlich ist, und
- die ebenfalls nur auf subatomarer Längenskala operierende starke Wechselwirkung, welche zwischen den Grundbausteinen der Materie, den *Quarks*, wirkt, und z.B. für den Zusammenhalt von Kernteilchen wie etwa Protonen und Neutronen (trotz der elektrischen Abstoßung) sorgt.

Die uns bei weitem vertrauteste Wechselwirkung ist die Gravitationskraft, welche erstmalig durch Isaac Newton in den Jahren 1665-66 – basierend auf den durch Johannes Kepler entdeckten *Keplerschen Gesetzen* – systematisch studiert wurde. Hiermit einhergehend entwickelte Newton die Infinitesimalrechnung und begründete die erste moderne physikalische Disziplin, die *Mechanik*. Heute wissen wir, daß der Gültigkeitsbereich der Newtonschen Mechanik stark begrenzt ist und als approximativer Grenzfall der Einsteinschen *speziellen* und *allgemeinen Relativitätstheorie* sowie der von Niels Bohr, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger, Paul Dirac uva. entwickelten *Quantentheorie* aufzufassen ist.

Wie die elektromagnetische Wechselwirkung funktioniert, haben u.a. Charles Coulomb im 18. Jahrhundert sowie Michael Faraday und Andre' Ampere im 19. Jahrhundert herausgefunden. Hierauf aufbauend formulierte James Clerk Maxwell im Jahre 1864 die *Maxwell'schen Gleichungen*, welche die Grundgleichungen der *klassischen Elektrodynamik* bilden.

Die letzten beiden Wechselwirkungsarten wurden etwa Mitte dieses Jahrhunderts entdeckt und theoretisch begründet, als ein adäquates Instrumentarium z.B. in Form von Teilchenbeschleunigern zur Verfügung stand, mit deren Hilfe man in die mikroskopische Welt „hinschauen“ konnte.

Heute werden die drei letztgenannten Wechselwirkungen durch sog. *Quantenfeldtheorien* beschrieben, welche die Prinzipien der speziellen Relativitätstheorie und der Quantentheorie in sich vereinigen. In ihnen kommen Wechselwirkungen zwischen Teilchen dadurch

zustande, daß sie *virtuelle Feldquanten* permanent miteinander austauschen. Die zur elektromagnetischen Wechselwirkung gehörende Quantenfeldtheorie heißt *Quantenelektrodynamik*. Innerhalb dieser Theorie wird die elektromagnetische Wechselwirkung – wie in der klassischen Elektrodynamik – durch elektromagnetische Felder hervorgerufen, die – im Gegensatz zur klassischen Elektrodynamik – gequantelt sind. Die zugehörigen Feldquanten sind Lichtteilchen (*Photonen*).

Eine entsprechende konsistente feldtheoretische Formulierung der gravitativen Wechselwirkung, in der die Gravitationskraft durch Austausch von *Gravitonen* vermittelt wird, ist bis heute noch nicht vollständig gelungen.

Elektrodynamik und Relativitätstheorie

Mit Hilfe der Elektrodynamik, also der Maxwellschen Gleichungen, läßt sich die Ausbreitung von Licht als periodischer Auf- und Abbau von elektromagnetischen Feldern (*elektromagnetische Wellen*) verstehen. Diese Sichtweise löst somit die mechanistische Vorstellung Newtons ab, nach welcher Licht reinen Teilchencharakter hat. (Später bringt Einstein den Teilchencharakter des Lichtes wieder mit ins Spiel und liefert somit einen wichtigen Impetus zur Entwicklung der Quantentheorie.)

Die Elektrodynamik liefert darüber hinaus sogar einen genauen Wert für die Geschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im Vakuum, nämlich

$$c = 2.998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

und zwar unabhängig von gewählten Bezugssystem, in dem die Geschwindigkeitsmessung erfolgt. Für den in Newtonscher Tradition aufgewachsenen Physiker des 19. Jahrhunderts schien dieser Umstand ein starkes Indiz dafür zu sein, daß Maxwells Theorie nicht richtig sein kann, denn es ist ja ganz offensichtlich, daß ein Zug eine kleinere Geschwindigkeit relativ zu einem in seine Richtung fahrenden Auto hat, als relativ zu einem Beobachter, der neben den Geleisen steht.

Ein ähnliches Problem, mit dem sich viele Physiker gegen Ende des letzten Jahrhunderts beschäftigten und über die die Maxwellsche Theorie keine Auskunft gibt, ist die Frage, was denn das Medium sei, welches die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen überhaupt ermöglicht. Man denke etwa an eine Wasserwelle, die zu ihrer Ausbreitung einen materiellen Träger, nämlich eben Wasser benötigt, eine Schallwelle, die als Dichteschwingung der Luft propagiert, oder eine Welle, die sich entlang eines Seiles fortpflanzt, wenn man ein Seilende periodisch nach oben und unten schlägt.

Eine vielversprechende Antwort auf diese Frage war die Annahme eines sog. *Weltäthers*, eine für den Menschen nicht wahrnehmbare, absolut ruhende Substanz, die als Medium für die Ausbreitung von Licht dienen soll. Diese *Ätherhypothese* hätte zur Folge, daß sich Licht in verschiedenen Richtungen unterschiedlich schnell ausbreitet, je nachdem wie die Ausbreitungsrichtung relativ zum *Ätherwind* steht.

Überraschenderweise konnte durch keines der damals mit hoher Präzision durchgeführten Experimente die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit sowohl vom Bezugssystem als auch von der Richtung nachgewiesen werden. Alle Befunde deuten im Gegenteil darauf

hin, daß Licht in allen Richtungen und in jedem Bezugssystem (genauer: *Inertialsystem*) dieselbe Ausbreitungsgeschwindigkeit besitzt.

Diese unvereinbar scheinenden Gegensätze zwischen der Newtonschen Absolutheit der Raum-Zeit und der aus der Elektrodynamik folgenden universellen Konstanz der Lichtgeschwindigkeit war die eigentliche Triebfeder für die Entwicklung der speziellen Relativitätstheorie durch Einstein. Sein theoretischer Ansatz war die Frage, wie die Newtonschen Vorstellungen abgeändert werden müssen, damit sie nicht im Widerspruch zur Maxwell'schen Theorie stehen.

In seiner 1905 veröffentlichten Arbeit über die spezielle Relativitätstheorie wird die Ätherhypothese schließlich vollständig verworfen und die universelle Konstanz der Lichtgeschwindigkeit zum Axiom erhoben. Eine weitere Grundannahme ist das *Relativitätsprinzip*, nach dem alle physikalischen Gesetze in allen relativ zueinander mit konstanter Geschwindigkeit bewegten Bezugssystemen (Inertialsystemen) gleichermaßen gültig sind. In diesem Prinzip sind enthalten die *Homogenität der Raum-Zeit* (es existiert kein ausgezeichneter Ort und Zeitpunkt) sowie die Isotropie des Raumes (es existiert keine bevorzugte Raumrichtung).

Im Kontext der Mechanik kann als weiteres Axiom das *Korrespondenzprinzip* angesehen werden. Es besagt, daß alle physikalischen Gesetzmäßigkeiten im Grenzfall kleiner Geschwindigkeiten in die entsprechenden Gesetze der Newtonschen Mechanik übergehen.

Eine physikalische Folgerung der speziellen Relativitätstheorie läßt sich leicht erschließen. Man betrachte hierzu ein Raumschiff, das mit halber Lichtgeschwindigkeit relativ zu einem äußeren Beobachter fliegt und in Flugrichtung einen Lichtimpuls aussendet, der sich relativ zum Raumschiff mit der Lichtgeschwindigkeit c entfernt (Abbildung 1). Die Konstanz der

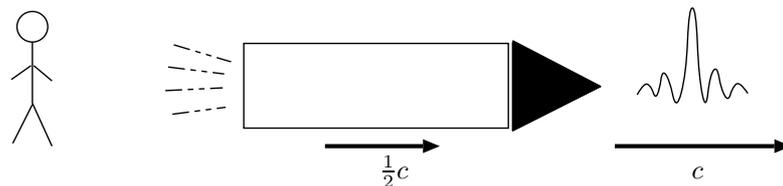


Abbildung 1: Zur Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in allen relativ zueinander mit konstanter Geschwindigkeit bewegten Bezugssystemen.

Lichtgeschwindigkeit bedeutet, daß auch der äußere Beobachter den Lichtimpuls mit derselben Geschwindigkeit c (und nicht etwa mit $\frac{3}{2}c$) wegfliegen sieht. Da Geschwindigkeiten in den physikalischen Einheiten

$$\frac{\text{Meter}}{\text{Sekunde}}$$

gemessen werden, bedeutet dies offensichtlich, daß der Längenmaßstab des Raumschiffsystems gegenüber demjenigen des äußeren Beobachtungssystems geschrumpft und/oder der Zeitmaßstab des Raumschiffsystems gegenüber demjenigen des äußeren Beobachtungssystems elongiert sein muß. Wie sich herausstellt, trifft beides zu. Diese mit *Längenkontraktion* und *Zeitdilatation* bezeichneten Effekte sind – neben allen anderen aus der Relativitätstheorie folgenden Effekte – mit sehr großer Genauigkeit experimentell verifiziert worden, so daß an der Richtigkeit der Relativitätstheorie heute kein Zweifel besteht.

Es ist schon bemerkenswert, daß Maxwell (unwissentlich) eine relativistisch-perfekte Theo-

rie entwarf, 40 Jahre bevor Einstein ihre Wesenszüge – und zwar gerade mit Hilfe der Elektrodynamik – explizit zu Tage förderte und damit einen Paradigmenwechsel nicht nur in der Physik, sondern insbesondere auch in der Philosophie initiierte.

Eigenschaften der Theorie

Die klassische Elektrodynamik beschäftigt sich mit dem Gesamtgebiet der elektrischen und magnetischen Erscheinungen, die durch elektrische Ladungen, Ströme und ihre Wechselwirkungen hervorgerufen werden. Sie behandelt diese Größen dabei so, als wären diese mit unbegrenzter Genauigkeit meßbar. Das Wort „klassisch“ bedeutet in diesem Zusammenhang, daß von Quantenphänomenen abgesehen wird; Quantengesetze und insbesondere das *Plancksche Wirkungsquantum* \hbar bleiben in der klassischen Elektrodynamik ebenso unberücksichtigt wie in der klassischen Mechanik.

Viele, andere physikalische Gebiete revolutionierenden Erkenntnisse der speziellen Relativitätstheorie und der Quantentheorie konnten gerade der Elektrodynamik nichts anhaben. Hierfür sind im wesentlichen zwei Tatsachen verantwortlich:

Zum einen erforderte – wie oben geschildert – die spezielle Relativitätstheorie keine Revision der klassischen Elektrodynamik. Historisch gesehen entwickelte Einstein die spezielle Relativitätstheorie gerade in Hinblick auf elektrodynamische Fragestellungen, wobei sich zeigte, daß die Maxwell'schen Gleichungen – obwohl lange Zeit vor Einsteins Arbeit aufgestellt – völlig konsistent mit der Relativitätstheorie sind.

Zum anderen sah man, daß quantenphysikalisch bedingte Veränderungen der elektromagnetischen Kräfte bis zu Entfernungen kleiner als 10^{-12} m – dies entspricht nur einem Hundertstel eines Atomdurchmessers – bedeutungslos sind; die Anziehung und Abstoßung atomarer Teilchen lassen sich durch die gleichen (klassischen) Gesetze beschreiben, die auch für zwei geladene Kugeln mit einem Durchmesser von 1 m Gültigkeit haben. Für noch kleinere Abstände liefert die moderne Physik die o.g. Theorie der Quantenelektrodynamik, welche bis dato die am genauesten verifizierte Theorie (bis Abstände hinunter zu 10^{-18} m) überhaupt darstellt.

Innerhalb der klassischen Elektrodynamik werden elektromagnetische Phänomene durch sechs Funktionen des Ortes \mathbf{x} und der Zeit t beschrieben,

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \begin{pmatrix} E_x(\mathbf{x}, t) \\ E_y(\mathbf{x}, t) \\ E_z(\mathbf{x}, t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \begin{pmatrix} B_x(\mathbf{x}, t) \\ B_y(\mathbf{x}, t) \\ B_z(\mathbf{x}, t) \end{pmatrix},$$

wobei \mathbf{E} den Feldstärkevektor des elektrischen und \mathbf{B} den Feldstärkevektor des magnetischen Feldes bezeichnet. Ursachen dieser Felder sind die elektrische Ladungsdichte $\rho(\mathbf{x}, t)$, d.h. die Konzentration von elektrischer Ladung im Raum-Zeit-Punkt (\mathbf{x}, t) sowie die elektrische Stromdichte

$$\mathbf{j}(\mathbf{x}, t) = \begin{pmatrix} j_x(\mathbf{x}, t) \\ j_y(\mathbf{x}, t) \\ j_z(\mathbf{x}, t) \end{pmatrix},$$

d.h. der Fluß elektrischer Ladungen pro Zeit im Raum-Zeit-Punkt (\mathbf{x}, t) . Diese Größen bzw. deren Änderung sind durch vier Grundgleichungen, den Maxwell'schen Gleichungen,

miteinander verbunden, die da lauten:

$$\begin{aligned}(1) \quad & \nabla \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = 4\pi\rho(\mathbf{x}, t) \\(2) \quad & \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0 \\(3) \quad & \nabla \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = 0 \\(4) \quad & \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}(\mathbf{x}, t) .\end{aligned}$$

Diese Gleichungen lassen sich mit Hilfe der Begriffsbildungen des *Flusses* und der *Zirkulation von Vektorfeldern* wie folgt beschreiben:

- (1) Der Fluß des elektrischen Feldes durch eine geschlossene Fläche ist proportional zur eingeschlossenen Ladung (*Gaußsches Gesetz*).
- (2) Die Zirkulation des elektrischen Feldes entlang einer geschlossenen Kurve ist proportional zur zeitlichen Abnahme des Flusses des magnetischen Feldes durch die umschlossene Fläche (*Faradaysches Induktionsgesetz*).
- (3) Der Fluß des magnetischen Feldes durch eine geschlossene Fläche ist gleich Null (*Abwesenheit von magnetischen Monopolen*).
- (4) Die Zirkulation des magnetischen Feldes entlang einer geschlossenen Kurve ist proportional zum elektrischen Strom (inklusive Verschiebestrom) durch die umschlossene Fläche. Der Verschiebestrom ist dabei proportional zur Zunahme des Flusses des elektrischen Feldes durch die Fläche („*erweitertes*“ *Amperesches Gesetz*).

Der Mathematiker erkennt sofort, daß es sich bei den Maxwell-Gleichungen um *partielle Differentialgleichungen erster Ordnung* handelt, und folgert hieraus, daß das Verhalten der Feldstärken in einem Punkt nur von deren infinitesimaler Umgebung beeinflusst wird. Das heißt die klassische Elektrodynamik ist eine *lokale Theorie* bzw. *Nahwirkungstheorie*. Anders ausgedrückt: Die Ausbreitung von Wirkungen erfolgt über das elektromagnetische Feld von Punkt zu Punkt.

Hierin unterscheidet sich die Elektrodynamik wesentlich von der Newtonschen Mechanik. Letztere ist nämlich eine *Fernwirkungstheorie*, in der sich Kraftwirkungen instantan über große Entfernungen (ohne ein mediäres Feld) ausbreiten, was natürlich mit der speziellen Relativitätstheorie unvereinbar ist. Nach ihr kann sich jegliche Art von Information (also auch die Kraftwirkung) nur mit begrenzter Geschwindigkeit (maximal: Lichtgeschwindigkeit) fortpflanzen.

Bevor Maxwell seine Gleichungen formulierte, glaubten die Physiker, daß es sich bei Elektrizität und Magnetismus um zwei völlig verschiedene Phänomene handelt. Neben der mathematischen Ästhetik und inneren Konsistenz der Maxwellschen Gleichungen liegt der große Verdienst Maxwells gerade darin, aufzuzeigen, daß beide Phänomene lediglich zwei verschiedene Erscheinungsformen eines *einheitlichen elektrodynamischen Prinzips* sind. Dieser, erstmals durch Maxwell in die Physik getragene Vereinheitlichungsgedanke hat sich für die moderne Elementarteilchenphysik als zentraler Motor der Forschung erwiesen. Unter dem Stichwort *grand unified theories (GUTs)* ist man heute bestrebt, zu zeigen, daß die vier eingangs erwähnten Grundwechselwirkungen ebenfalls nur vier verschiedene

Seiten eines einheitlichen Wechselwirkungsprinzips sind. Ein entscheidender Schritt in diese Richtung ist bereits in den 60er Jahren gelungen, nämlich die Vereinheitlichung der elektrodynamischen und der schwachen Wechselwirkung zur *elektroschwachen Wechselwirkung*. Trotz dieses großen Teilerfolges ist die Stimmung der Elementarteilchenphysiker jedoch eher gedämpft. Denn selbst wenn es theoretisch gelänge, das äußerst schwierige mathematische Problem zu lösen, alle vier Kräfte in eine einzige vereinheitlichte Theorie zu pressen, so dürften wir dennoch nur wenig Hoffnung haben, diese Theorie jemals im Experiment überprüfen zu können, da hierzu Energien erforderlich sind, die weit jenseits der erreichbaren Energien von Teilchenbeschleunigern liegen.

Aus der Tatsache, daß die Elektrodynamik eine relativistische Theorie ist, ergibt sich eine sehr bizarre Konsequenz: Das Relativitätsprinzip besagt, daß alle Naturgesetze (in diesem Zusammenhang also die Maxwell'schen Gleichungen) in Bezugssystemen, die sich mit konstanter Geschwindigkeit relativ zueinander bewegen, gleichermaßen gültig sind. Mit anderen Worten: Maxwell hätte immer dieselben Gleichungen gefunden, unabhängig davon, ob die relevanten elektromagnetischen Experimente von einem ruhenden System (Labor) oder von einem relativ dazu konstant bewegten System (vorbeifahrendes Auto) aus beobachtet und ausgewertet werden. Was sich jedoch ändert, wenn man das Bezugssystem wechselt, sind die elektrischen und magnetischen Felder (sowie die Ladungs- und Stromdichte) selbst. Das heißt elektrische und magnetische Felder transformieren sich ineinander. Da nun aber nach dem Relativitätsprinzip alle konstant bewegten Bezugssysteme gleichwertig sind, gibt es nicht *das* elektrische und *das* magnetische Feld. Diese Bezeichnungen sind reine Konvention und beziehen sich allenfalls auf ein speziell gewähltes System.

Obwohl es also vom jeweiligen Beobachtungsstandpunkt abhängt, welche Felder elektrisch und welche magnetisch sind, so besteht zwischen beiden Feldern keine perfekte Symmetrie. Dies erkennt man leicht daran, daß die Maxwell-Gleichungen nicht symmetrisch in \mathbf{E} und \mathbf{B} sind. Hieraus folgt z.B., daß zu einem Bezugssystem, in dem ein rein elektrisches Feld vorhanden ist, sich kein anderes Bezugssystem finden läßt, in welchem dieses Feld zu einem rein magnetischen Feld wird und umgekehrt. Diese Asymmetrie, welche letztlich auf das Fehlen magnetischer Ladungen und Ströme in den Maxwell-Gleichungen zurückzuführen ist, stellt für den Physiker einen unfeinen Wesenszug der klassischen Elektrodynamik dar. Gäbe es nämlich zu den elektrischen Ladungen und Strömen magnetische Pendanten, dann würde dies nicht nur den ästhetischen Grad der Theorie erhöhen, sondern man könnte (nach einer quantentheoretischen Überlegung von Paul Dirac) auch das Phänomen der *elektrischen Ladungsquantisierung* erklären, nach dem elektrische Ladungen in der Natur nur in ganzen Vielfachen der Elementarladung des Elektrons vorkommen (wenn man einmal von den drittelzahligen Vielfachen der elektrischen Ladung von Quarks absieht, die man aber nicht frei beobachten kann und permanent in Teilchen mit ganzzahliger Ladung eingeschlossen sind). Viele Physiker haben auch heute noch – mehr als 100 Jahre nach Etablierung der Elektrodynamik – die Hoffnung nicht aufgegeben, daß man irgendwann doch noch magnetische Ladungen finden wird.

Die Theorie der Elektrodynamik wird durch zwei weitere Gleichungen vervollständigt. Die erste Gleichung, die sog. *Lorentzkraftgleichung*, lautet

$$\mathbf{F}_L = q \left(\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) \right)$$

und stellt einen Zusammenhang zwischen elektromagnetischen Feldern und geladener Materie, also zwischen der Elektrodynamik und der Mechanik her. Befindet sich z.B. ein Teil-

chen der Masse m und der elektrischen Ladung q in einem bekannten elektromagnetischen Feld \mathbf{E}, \mathbf{B} , dann läßt sich seine Bewegungsbahn durch Kombination der Newtonschen Bewegungsgleichung und der Lorentzgleichung,

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_L = m\mathbf{a} ,$$

berechnen, wobei \mathbf{v} die Geschwindigkeit und \mathbf{a} die Beschleunigung des Teilchens bezeichnet.

Die zweite Gleichung ist die *Kontinuitätsgleichung*:

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{x}, t) = 0 .$$

Sie reflektiert die experimentelle Tatsache, daß die Änderung der Ladung eines abgeschlossenen Systems innerhalb eines bestimmten Volumens notwendigerweise von einem entsprechenden Ladungsfluß durch die Oberfläche des Volumens begleitet ist. Mit anderen Worten: Ladungen können weder erzeugt noch vernichtet werden.

Diese Gleichung bzw. das zugehörige Prinzip der *Ladungserhaltung* spielt historisch eine interessante Rolle: In einer ersten Fassung, schrieb Maxwell die letzte seiner Gleichungen ohne den Term $-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{x}, t)}{\partial t}$ an, da es bis zum damaligen Zeitpunkt keine experimentelle Notwendigkeit gab, diesen Term mitzunehmen. Bald darauf erkannte er jedoch, daß das Fehlen dieses sog. *Verschiebestroms* zu Widersprüchen führt. Denn die Maxwell-Gleichungen ohne diesen Term widersprechen der Kontinuitätsgleichung und somit der Ladungserhaltung.

Ein anschauliches Argument für die Notwendigkeit des Verschiebestroms ergibt sich aus der vierten Maxwell-Gleichung selbst. Man betrachte hierzu einen Kondensator, bestehend aus zwei runden, elektrisch leitenden Platten, die sich in einer bestimmten Entfernung gegenüberstehen und durch einen elektrischen Strom \mathbf{j} positiv bzw. negativ aufgeladen werden (Abbildung. 2). Um das Magnetfeld am Punkt P zu berechnen, denke man sich

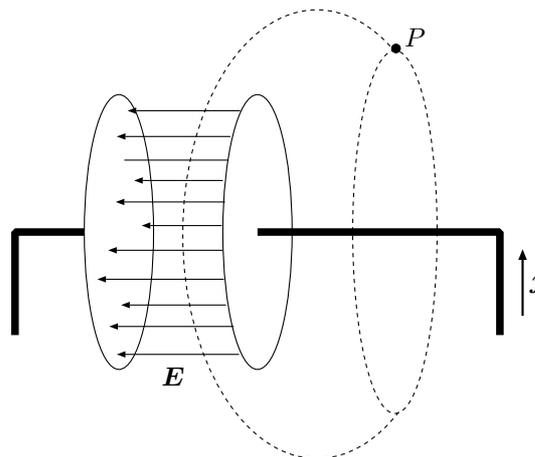


Abbildung 2: Zur Bestimmung des Magnetfeldes eines Plattenkondensators, der durch einen elektrischen Strom aufgeladen wird.

einen Kreisrand neben der rechten Kondensatorplatte, die den Punkt P enthält. Nach der vierten Maxwellgleichung ohne Verschiebestrom ergibt sich das magnetische Feld in P

durch den elektrischen Strom \mathbf{j} , der durch die vom Kreisrand begrenzte Fläche fließt. Nun gibt es aber unendlich viele Flächen mit diesem Kreisrand. Zuerst fällt einem natürlich eine ebene Fläche ein. Da durch diese Fläche offensichtlich ein Strom fließt, erhält man als Resultat ein Magnetfeld ungleich Null. Vorstellbar ist aber z.B. auch eine gekrümmte Fläche, die zwischen den beiden Kondensatorplatten hindurchläuft. Durch diese Fläche fließt jedoch kein elektrischer Strom, so daß sich jetzt ein identisch verschwindendes Magnetfeld ergibt. Selbstverständlich ist klar, daß der tatsächliche physikalische Sachverhalt nicht von unseren Vorstellungen abhängen kann. Um die Unabhängigkeit der Rechenresultate von der gewählten Fläche zu gewährleisten, hat man deshalb genau den Maxwellschen Verschiebestrom in die vierte Maxwellgleichung einzufügen.

Die vor Maxwells Theorie von Ampere durchgeführten *Induktionsexperimente* ließen die Notwendigkeit des Verschiebestroms deshalb nicht erkennen, da er ausschließlich mit niederfrequenten elektrischen Feldern arbeitete, bei denen der Einfluß des Verschiebestromes verschwindend gering ist. Erst viele Jahre nach Maxwells theoretischer Begründung dieses Zusatztermes gelang es – neben Heinrich Hertz – Wilhelm Conrad Röntgen, den experimentellen Nachweis für ihn zu erbringen, indem er die elektrische Polarisation eines rotierenden Dielektrikums in einem Kondensator systematisch untersuchte.

Ein weiteres wichtiges Argument für die Notwendigkeit des Verschiebestroms ist, daß ohne ihn elektromagnetische Strahlungsphänomene im Vakuum, also z.B. die Ausbreitung von Licht oder Röntgenstrahlen (eine sehr energiereiche Form des Lichts), nicht beschrieben werden können. Hat man nämlich weder Ladungen noch Ströme, dann folgt aus den Maxwell-Gleichungen ohne Verschiebestrom, daß \mathbf{E} und \mathbf{B} identisch verschwinden.

Strahlungstheorie und Röntgenstrahlung

Die Strahlungstheorie ist ein Teilgebiet der Elektrodynamik, welches sich mit Strahlungsphänomenen beschäftigt, die durch bewegte Ladungen hervorgerufen werden. Der einfachste Fall ist der einer einzigen Punktladung (z.B. Elektron) die im Vakuum umherfliegt. Um die durch diese Ladung hervorgerufenen elektromagnetischen Felder zu berechnen, hat man die vier Maxwell-Gleichungen zu lösen, wobei für die Ladungsdichte ρ und die Stromdichte \mathbf{j} die entsprechenden, mit dieser Ladung assoziierten Ausdrücke einzusetzen sind.

Da die Maxwell-Gleichungen ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem in den Feldern \mathbf{E} und \mathbf{B} darstellen, sind diese mathematisch nicht so einfach zu lösen. Man führt daher die gesuchten elektromagnetischen Felder auf sog. *Skalar-* und *Vektorpotentiale* $\phi(\mathbf{x}, t)$ bzw. $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ zurück. Wie sich herausstellt, sind diese Potentiale nicht eindeutig, sondern mit gewissen *Eichfreiheiten* verbunden, die man zur Entkoppelung der Maxwell-Gleichungen heranziehen kann. Man bezeichnet daher die Elektrodynamik als eine *Eichtheorie*. Aus heutiger Sicht glauben wir, daß derartige Eichprinzipien die fundamentalste Rolle zur Beschreibung aller vier Grundwechselwirkungsarten überhaupt spielen.

Wählt man nun als eine spezielle Eichung die *Lorentz-Eichung*, dann ergeben sich aus den Maxwell-Gleichungen die in \mathbf{A} und ϕ symmetrischen und entkoppelten *inhomogenen*

Wellengleichungen

$$\begin{aligned}\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \phi(\mathbf{x}, t) &= -4\pi\rho(\mathbf{x}, t) \\ \left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) &= -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}(\mathbf{x}, t) .\end{aligned}$$

Diesen Gleichungen begegnet man in ähnlicher Form auch bei allen anderen Wellenausbreitungsphänomenen. Sie sind mathematisch leichter zu handhaben, als die ursprünglichen Maxwell-Gleichungen. Ihre Lösungen führen im Falle einer einzigen bewegten Punktladung auf die sog. *Lienard-Wiechert-Potentiale*, deren Form explizit die Konsistenz der Elektrodynamik mit der speziellen Relativitätstheorie zum Ausdruck bringt. Anhand ihrer mathematischen Form erkennt man nämlich, daß ihre Werte am Raum-Zeit-Punkt (\mathbf{x}, t) nicht vom Bewegungszustand der Punktladung zur Zeit t , sondern von sämtlichen Bewegungszuständen der Punktladung zu früheren Zeiten t_{ret} (*retardierte Zeiten*) abhängen, wobei die Differenz $c(t - t_{ret})$ gerade den Abstand zwischen der Teilchenposition zur Zeit t_{ret} und des Beobachtungspunktes \mathbf{x} ist. Mit anderen Worten: Die Potentiale berücksichtigen die nach der Relativitätstheorie geltende endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit c von Signalen und hängen deshalb nur von bereits vergangenen Bewegungszuständen des Teilchens ab. Man sagt auch: Die Potentiale erfüllen das *relativistische Kausalitätsprinzip*.

Hat man die Lienard-Wiechert-Potentiale \mathbf{A} und ϕ einmal berechnet, dann lassen sich hieraus wieder die eigentlich interessierenden elektromagnetischen Felder \mathbf{E} und \mathbf{B} extrahieren.

Es ist intuitiv klar, daß in elektromagnetischen Feldern Energie gespeichert ist. Wir erleben z.B. die Energie des Sonnenlichtes jeden Tag in Form von Wärme. Der Energiestrom elektromagnetischer Felder, also die Leistung, die in eine bestimmte Richtung ausgestrahlt wird, läßt sich mit Hilfe des *Poynting-Vektors*

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

berechnen. Setzt man hier das soeben berechnete elektromagnetische Feld einer Punktladung ein, dann ergibt sich als ein wichtiges Resultat, daß nur beschleunigte Ladungen über große Entfernungen hinweg Strahlung emittieren. Die Strahlungsleistung einer gleichförmig bewegten Ladung ist dagegen örtlich eng um die Ladung begrenzt. Desweiteren ergibt sich, daß die (über alle Raumrichtungen integrierte) Strahlungsleistung umso größer ist, je stärker die Ladung beschleunigt wird.

Zusätzlich hängt die Strahlungsleistung und insbesondere ihre Winkelverteilung stark von der Geschwindigkeit der Ladung ab. Die Abbildungen 3 und 4 zeigen die Winkelverteilung der Strahlungsleistung für drei verschiedene Fälle.

Der erste Fall (Abbildung 3) ist der sog. *nichtrelativistische Grenzfall*, bei der die Geschwindigkeit der Ladung sehr viel kleiner ist, als die Lichtgeschwindigkeit c . Wie zu erkennen ist, steht die Richtung maximaler Strahlungsleistung senkrecht zur Beschleunigungsrichtung des Teilchens.

Die beiden anderen Fälle (Abbildung 4) geben die Situation wieder, in der sich das Teilchen gerade mit 0.5-facher bzw. 0.81-facher Lichtgeschwindigkeit bewegt. Offensichtlich neigt sich der Strahlungskegel mit wachsender Teilchengeschwindigkeit immer weiter nach vorne.

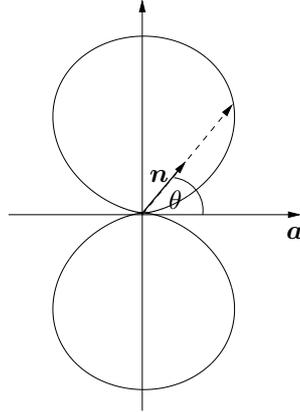


Abbildung 3: Abgestrahlte Leistung einer beschleunigten Punktladung im Grenzfall $\frac{v}{c} \ll 1$. θ bezeichnet den Winkel zwischen der Teilchenbeschleunigung \mathbf{a} und der Strahlungsrichtung \mathbf{n} . Die relative Strahlungsstärke in Richtung von \mathbf{n} ergibt sich aus der Länge des gestrichelten Pfeils.

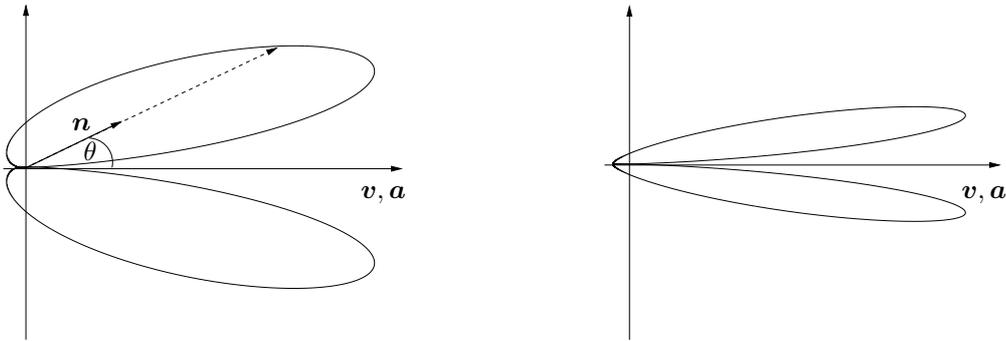


Abbildung 4: Abgestrahlte Leistung einer beschleunigten Punktladung im Grenzfall $\mathbf{v} \parallel \mathbf{a}$ für $\frac{v}{c} = 0.5$ (links) und $\frac{v}{c} = 0.81$ (rechts). Zum maßstabsgerechten Vergleich ist die rechte Figur um den Faktor 100 zu vergrößern.

Die mit einer beschleunigten Ladung verbundene Strahlungsleistung reduziert natürlich die kinetische Energie dieses Teilchens. Man spricht daher auch von *Strahlungsverlusten*. Diese treten z.B. bei Linear- oder Kreisbeschleunigern auf. Auch Röntgenstrahlen sind eine Form von Strahlungsverlusten. Sie werden erzeugt, indem in einer Elektronenröhre eine hohe Spannung zwischen Anode und Glühkathode angelegt wird (Abbildung 5). Die aus der Glühkathode austretenden Elektronen werden beim Durchlaufen dieser Potentialdifferenz beschleunigt und treffen mit hoher Energie auf die Anode. Beim Aufprall werden die Elektronen sehr stark gebremst, d.h. sie erfahren eine sehr große negative Beschleunigung, und strahlen infolgedessen einen kleinen Teil ihrer kinetischen Energie in elektromagnetische Energie (*Bremsstrahlung*) ab; der Rest wird in der Anode in Wärmeenergie umgewandelt.

Bei Spannungen bis zu etwa 5000 Volt erreichen die Elektronen vor dem Aufprall nicht-relativistische Geschwindigkeiten von höchstens $0.1c$, so daß die Röntgenstrahlung nach Abbildung 3 größtenteils senkrecht zur Flugrichtung abgegeben werden. Man schrägt deshalb die Anode zumeist unter 45 Grad ab, als ob man eine ideale Reflexion erwarte. Der

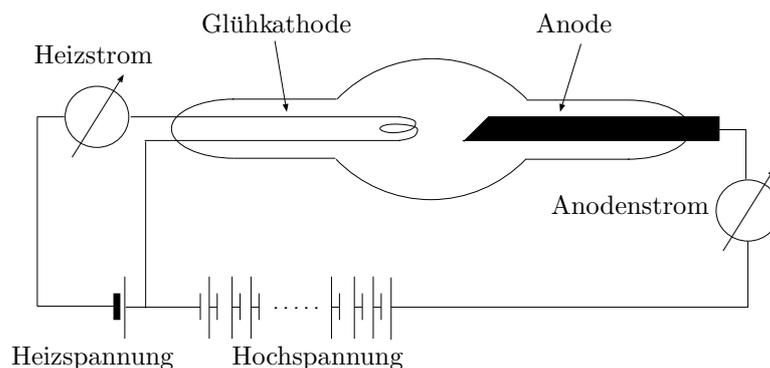


Abbildung 5: Schematische Darstellung einer Glühkathodenröntgenröhre.

nach der anderen Seite gehende Strahlungsanteil wird weitestgehend in der Anode absorbiert.

Neben dem von den abgebremsten Elektronen emittierten *kontinuierlichen Röntgenspektrum* findet man bei hinreichend großer Elektronenenergie noch ein scharfes *diskretes Linienspektrum*, dessen Aussehen charakteristisch für das verwendete Anodenmaterial ist. Es entsteht, indem die in die Anode eindringenden Elektronen die Anodenatome *anregen*. Hierbei wird einem Elektron genau der Energieanteil entzogen, der notwendig ist, um – in der Terminologie des *Bohrschen Atommodells* gesprochen – ein Hüllenelektron von einer inneren (energieärmeren) Hülle in eine äußere (energiereichere) Hülle zu „stoßen“. Nach kurzer Zeit fällt dieses äußere Hüllenelektron wieder in die innere Hülle zurück, wobei die dabei frei werdende Energie ebenfalls in Form elektromagnetischer Strahlung emittiert wird.

Zum Schluß sei noch darauf hingewiesen, daß die mit einer beschleunigten Ladung verbundenen Strahlungsverluste und die damit einhergehende Verminderung der kinetischen Energie des Teilchens die eigentliche Schwachstelle des *Rutherfordschen Atommodells* bedeutet. In diesem von Lord Ernest Rutherford im Jahre 1911 etablierten rein klassischen Modell werden Atome nämlich als Miniaturplanetensysteme interpretiert, in denen sich die Elektronen in gleicher Weise um den Kern drehen, wie die Erde um die Sonne. Da ein Elektron aber eine beschleunigte Bewegung um den Kern ausführt, müsste es permanent elektromagnetische Strahlung emittieren, dabei immer mehr kinetische Energie verlieren und schließlich in den Kern stürzen, was aller Erfahrung nach nicht der Fall ist. Desweiteren lassen sich mit diesem Modell die o.g. scharfen Röntgenlinien nicht erklären, die ja gerade zum Ausdruck bringen, daß Atome nur ganz bestimmte, diskrete Energiezustände realisieren. Es waren unter anderem diese Ungereimtheiten, die zum Bohrschen Atommodell und schließlich zur Entwicklung der Quantenmechanik führten.